

課題番号 jh170017-NAH

研究課題名

時空間領域境界積分方程式法の高速度解法の開発と巨大地震シミュレーションへの応用

研究課題代表者名 (所属機関名)

安藤亮輔 (東京大学理学系研究科)

概要

本研究課題では、現実的な 3 次元モデルを用いた地震発生シミュレーションを実現する目的のために、H-matrix 法を用いて、時空間領域境界積分方程式法における数値演算を効率化する手法を開発し、大規模な並列計算システム上で実装することを目的としている。従来、H-matrix 法は、弾性体中の破壊についての静的問題においてのみ実装されていたが、それを時間にも依存する動的問題にも実装するために、数学的な定式化と計算アルゴリズムを、あらたに構築した。さらに、小規模なモデルを用いて、実問題への適用と精度・コスト評価を完了した。その結果、従来は $O(N^2)$ であった演算コスト(計算量とメモリ使用量)が、ある精度を保証しながら、ほぼ $O(N \log N)$ にまで削減されることが示された。また、実問題への適用として、実際に発生した巨大地震(2016 年カイクウラ、ニュージーランド、地震)を対象に大規模な 3 次元モデルの構築とシミュレーションによる再現性の検証を行った。その結果、観測された地震破壊過程の大局的な特徴をシミュレーションが良く再現していることが確認された。今後、効率的なライブラリ HACAPK を用いた実装を進める。

1. 共同研究に関する情報

(1) 共同研究を実施した拠点名

東京大学

(2) 共同研究分野

□ 超大規模数値計算系応用分野

(3) 参加研究者の役割分担

安藤亮輔: 研究課題の総括とモデルの構築

伊田明弘: H-matrix ライブラリの高度化

佐藤大祐: FDP=H-matrix アルゴリズムの開発

大谷真紀子: FDP=H-matrix アルゴリズムの開発

2. 研究の目的と意義

物理法則によって自然界の地震現象を理解し、さらに予測するために、フォーワードモデリングによる地震の破壊シミュレーションは重要な研究課題である。なかでも断層の非平面性は断層の破壊特性に関与していると考えられており[例えば Aochi and Fukuyama, 2002; Ando, 2016], その数値的に高精度なモデリングが重要であると考えられている。断層の非平面形状は、様々な非線形効果を及ぼすことが理論的に知られているので、従来の線形理論の延長では、捉えきれない現象が多々生ずる。現実的な問題に対して具体

的にモデルの挙動を調べるためには、数値計算を行うことが重要である。

その一方で、近年になり人工衛星搭載の合成開口レーダーやドローンなどのリモートセンシング技術の発展により、地震時に破壊した断層の形状が非常に詳細に観測されるようになってきた。これは従来の地震学が対象とする地震波観測データの解釈のためには、地震断層のモデルを長方形の平面で近似されることで事足りていたことと比較すると、圧倒的な空間解像度を持つデータであるということが分かる。このように、現実的な断層の複雑形状を考慮したモデル考慮するに足る、もしくは、それを必要とするような研究状況が、観測技術の面からも現れてきた。

断層非平面性が実際の地震現象の複雑性や非線形性を与える効果を理解するには、現実的な 3 次元断層形状を考慮した動的破壊シミュレーションが有効であるが、計算機資源の制約のために既存手法ではこれは容易ではない。このような非平面断層のモデリングには、高精度な境界値問題の動的解法である時空間領域境界積分方程式法(ST-

BIEM)[Ando, 2016]を用いることで、数値的に高精度な解析が可能となる。ただし、ST-BIEM では応力評価の計算コストが要素数 N 、時間幅 T に対して $O(N^2T)$ であるため、計算機資源の制約が著しい[Ando et al., 2007; Ando, 2016]。このため、現状 ST-BIEM で非平面断層のシミュレーションを実行するには、京コンピュータ等で非常に大規模な演算を実行するか、現実的な 3 次元断層形状を相当程度単純化した低解像度のモデルに留まるかしかない[Ando et al., 2017]。

本課題の目的は、ST-BIEM を、理論コスト $O(N \log N)$ で行う Hierarchical Matrix method (H-matrix 法)に基づく高速解法と理論性能を引き出す並列処理によって、非平面断層の地震サイクルシミュレーションを行うことである。同時に、大規模演算を生かした、自然地震を再現するモデルの構築を行うことも目的とする。

H-matrix 法は、BIEM で用いるカーネル行列を圧縮することで $O(N \log(N))$ の理論性能を実現するもので、準静的シミュレーションには共同研究者が導入済みである(Ohtani et al., 2011)が、動的シミュレーションには、高速領域分割法(FDPM)と組み合わせることで可能となる(FDP=H-matrix と呼ぶ)ことが理論的に示唆されている[Ando, 2016]のみで、実装されていない。また、H-matrix 法は圧縮行列の構成にグラフ構造を導入するために並列化は単純ではないが、副研究代表者が開発した分散メモリ並列 H-matrix 法ライブラリ「HACApK」を用いることで、大規模な並列計算が可能となる。本課題は、これらアルゴリズムを組み合わせメニーコアアーキテクチャ(Oak Forest - PACS を想定)の大型計算機上で実装し、非平面断層の大規模シミュレーションと要素技術の開発を行う。

3. 当拠点公募型共同研究として実施した意義
本課題では、地震学的に重要な課題である、

高精細な現実的 3 次元断層形状を考慮した動的な破壊シミュレーションを実現させることを目的としている。それは、地震学を専門とする代表者が最近開発した FDP-BIEM, 従来手法である H-matrix 法の拡張、さらに計算機科学を専門とする副代表者が開発した大規模並列演算に最適化されたライブラリである HACApK の拡張、および大規模並列計算機上への実装を実現することで初めて解決できる問題である。これらすべてを用いて初めて実現する本課題は、地震学での知見のみならずメニーコアへの対応など高度な計算機科学の知見が必要となるため、拠点公募型共同研究で実施していることの意義は大きい。

これまでの開発過程で、FDP=H-matrix の HACApK への実装を具体的に検討することができた。今後 HACApK を拡張することで、このような実装を実現させる計画である。さらに、大規模並列計算を生かして、最近発生した巨大地震のシミュレーション研究を実行することができ、この巨大地震に伴い観測された動的破壊過程の大局的な特徴を再現することができた。このような学際的な研究は、当拠点公募型課題として実施したからこそ実現していると言える。

4. 前年度までに得られた研究成果の概要
新規課題につき該当しない

5. 今年度の研究成果の詳細

本年度は、実問題へのシミュレーション適用と、アルゴリズムの開発において成果が上がった。実問題への適用では、ニュージーランドで発生した巨大地震の再現計算を実行し、観測を再現する結果を得た。また、アルゴリズムの開発では、FDP=H-matrix の基本的なアルゴリズムの構築と、HACApK への実装手順について検討した。以下では、これらの内容について、順に報告する。

- 実地震の再現シミュレーション

ニュージーランドは、日本とよく似た沈み込み帯に存在する活断層の発達する島弧であり、最近では 2016 年にマグニチュード(M)7.9 の Kaikoura(カイコウラ)地震が発生した。この地震は、ニュージーランド南島の内陸部を約 200 kmの長さにわたって破壊した大地震である。地震発生後の野外調査(Nicol et al., 2018 など)や、人工衛星に搭載された合成開口レーダー(SAR)観測(Hamling et al., 2017)により、従来調査で知られていたものも含め、大小様々な多数の断層セグメントを巻き込んで破壊したことが分かった。本研究では、この地震を破壊力学的にモデル化して、フォワード計算で再現した。

本研究で解く問題は、線形弾性体の境界

面の変位に対する動弾性応答と、断層面上の非線形な摩擦則により決定される時間発展する境界値条件の、連立方程式である。これを、ある初期条件の下で、全ての時間ステップで逐次解いていき、系の時間発展を追跡する。

考慮するモデルは、カイコウラ地震時に破壊した 200km 程度の断層の全体である。この断層とそれを覆う地表面の領域を、1 辺が 0.5 km から 1.5 km の三角形要素、約 50,000 個で離散化した。時間ステップ数は、4000 であり、これは断層面を弾性波速度で伝わる破壊が、断層の端から端まで伝わるのに必要な時間ステップ数である。本手法は領域離散化を必要としないため少数の要素でモデル化できる。

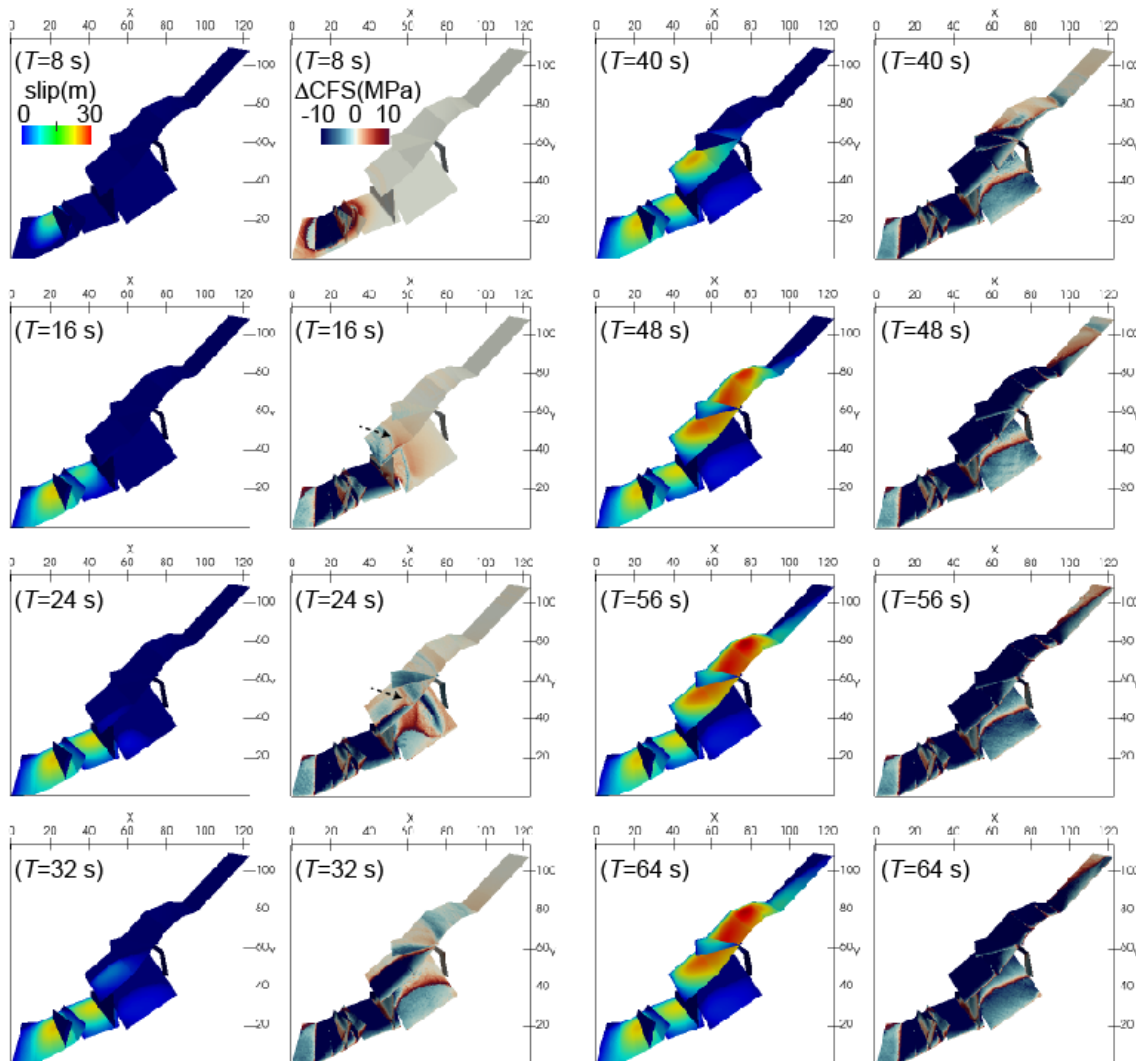


図1. 2016 年マグニチュード 7.8 カイコウラ地震の再現。時間(T 秒)ごとの滑り量(左)と応力(右)のスナップショットを示す。

本問題でのシミュレーションには、京コンピュータ上で実装していた FDP-BIEM コードを、OakForest-PACS に移植して使用した。FDP-BIEM コードは、計算コストが $O(N^2)$ と FDP=H-matrix の $O(N)$ よりは高いものの、高速化のための近似操作を用いていないため、精度劣化が無く、今後ともベンチマークとして使用するものである。

数値計算は、OakForest-PACS を 256 ノード用いて実行した。その結果必要とした計算時間は概ね 60 分であった。このノード数によりメモリは合計 20TB 程度となるが、これは積分核を格納するために必要なメモリ容量であ

る。

得られた計算結果を図 1 に示す。パネルの左下から開始した破壊(断層滑り)が、破壊先端の応力集中によって、右上方向に伝播している様子が分かる。応力は弾性波として伝わっている。この滑り量の空間分布を、実際の観測値による推定量と比較することで、モデルの検証が行える。合成開口レーダーのデータを用いた推定値と比較したところ、大局的な特徴が良く再現されていることが確認された。この結果は、2017 年アメリカ地球惑星科学連合大会で発表した。

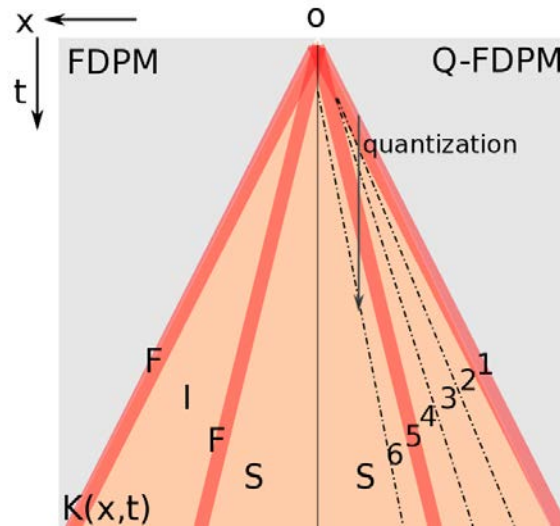


図 2. FDP=H-matrix における畳み込み積分の模式図

● FDP=H-matrix の開発について

オリジナルの ST-BIEM では応力 T を評価するために、積分核 K と滑り速度の過去の履歴 D の畳み込み積分を実空間上で実行する。そのため、畳み込み積分が時空間の二重積分となる。それに対して、FDP-BIEM は、畳み込み積分を波線座標上で実行し、積分方程式

$$T_{i,n} = \sum_j \hat{K}_{i,j} D_{j,n-m_j} \quad (1)$$

と標記されるように、一重積分であることに対応する。ここで、時間積分(添え字 m)が空間(添え字 i と j)の関数となっていることに注意されたい。波線座標とは、ソースとレシーバの

間の距離 x と波動伝播の時間 t に対して $\xi = t - x/c$ (c は波動伝播速度)を変数として定義されるような座標系である。図 2 に図示したように ST-BIEM では積分を空間 x と時間 t について、三角形で示した弾性波の到達範囲を表す積分領域の全体で実行する。一方で、FDP-BIEM では三角形の中に濃い赤色で示した複数の線、すなわち伝播する波動の先端を結んだ波線(波線座標)に沿って積分を実行することを特徴とする。これにより、積分核の関数型における、時間と空間が分離できるという特徴を用いることによって、演算コストを圧縮することになる。FTP-BIEM に H-matrix を適用するには、一定の近似手法を数

学的に確立し、計算アルゴリズムを構築する必要ある。今年度は、まずこの問題に取り組んで、以下に示すようにアルゴリズムを構築し、精度を検証することに成功した。

FDP-BIEMにH-matrixを適用する際に問題となるのが、式(1)において離散化された時間変数 m が単に j の関数ではなく i の関数ともなっている点である(もし j のみの関数であれば、従来の静的 BIEM でのアルゴリズムがそのまま使用できる)。そのため、ここでは波線を近似的に取り扱い、時間 t におけるそれら依存性を

$$t_{ij} = \delta t_i + \bar{t}_j + O(\tau \eta^2) \quad (3)$$

のように、近似的に分離する定式化を考案し、アルゴリズムとして実装した。その結果、従来手法による、一つのベクトルと正方行列の積で表される離散化された積分方程式(式(1))は、以下の二つのベクトルと疎行列の積で表されるものとして、新たに定式化された:

$$F_{i,m} := f_i \delta_{m,\delta m_i}, \quad T_n = F \bar{T}^{(n)} \quad (4)$$

$$G_{m,j} := g_j \delta_{m,-m_j}, \quad \bar{T}^{(n)} = [(1 + \partial_m) \bar{T}^{(n-1)}] + G D_n.$$

従来のH-matrixとFDP=H-matrixにおける代数演算の比較を、模式図として図3に示す。従来手法においてベクトルであった f と g が、ここでは疎行列 F と G と変換されていることが分かる。

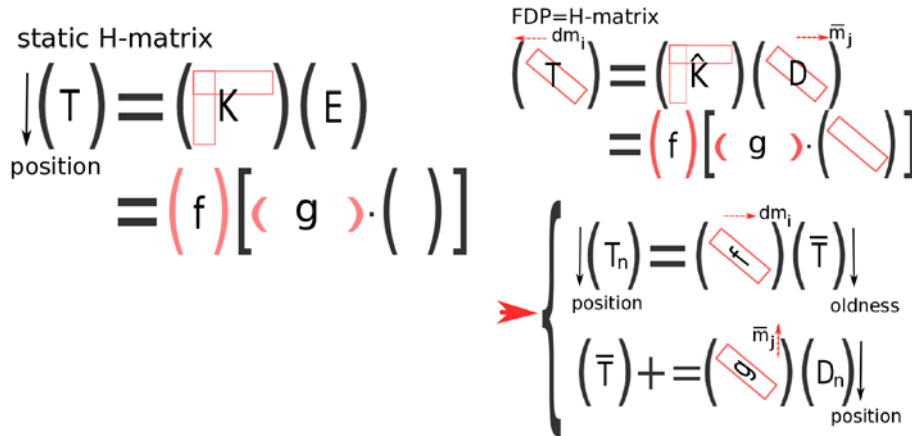


図 3. 線形代数演算における静的な H-matrix と動的な FDP=H-matrix の比較の模式図

さらに、積分核行列を低ランク近似すると、ソースとレシーバ間で弾性波が伝播する時間(走時)に近似が持ち込まれることになる。この際の近似精度を吟味すると、従来、簡便に用いられてきたような、ある一定の閾値を用いる方法ではなく、閾値をソースとレシーバ間の距離の 1/2 に比例する形とする方が、よい近似を与えることが示された。従って、FDP=H-matrix のアルゴリズムではこの形式での実装も行った。

構築したアルゴリズムを用いて計算コストの評価を行った。図4にその結果を示す。ここでは、図5でその結果を示したように、地震破壊の問題で通常良く取り扱われる、断層面

上に摩擦則により境界条件を設定した、破壊伝播の初期値問題を解いている。評価の結果、今回構築した FDP=H-matrix 法では、理論的予測から期待された $O(N \text{Log}(N)^2)$ の依存性が達成されたことが確認できた。なお、従来の ST-BIEM では、図5に示したように $O(N^3)$ であるので、ほぼ 2 桁のコスト削減が達成されたことになる。これは、将来的に大規模な現実的 3 次元問題を解くことが可能であることを示した結果と言える。

図6に、本手法の実問題での精度検証の結果を示す。右上に示した、FDP=H-Matrix による低ランク近似を用いない場合と、用いた場合を比較すると、近似を用いた場合であっ

でも、前述の数%の誤差を許容するのみで、
 前述の $O(N(\log N)^2)$ が達成されたことが確認
 できる。

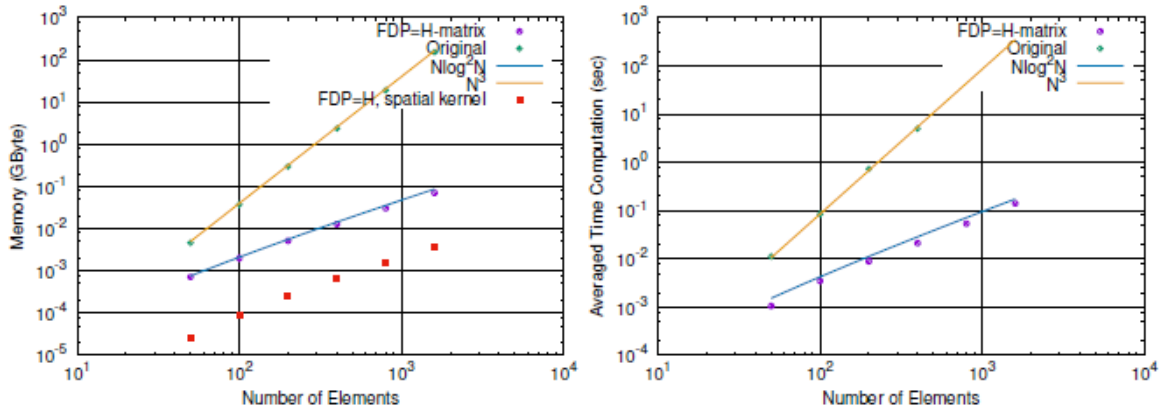


図 5. FDP=H-matrix 法のメモリ(左)及び計算量のコスト評価(右). それぞれのコストが $O(N \log(N)^2)$ に乗っており、従来の ST-BIEM では $O(N^3)$ である. ここで N は境界要素数である.

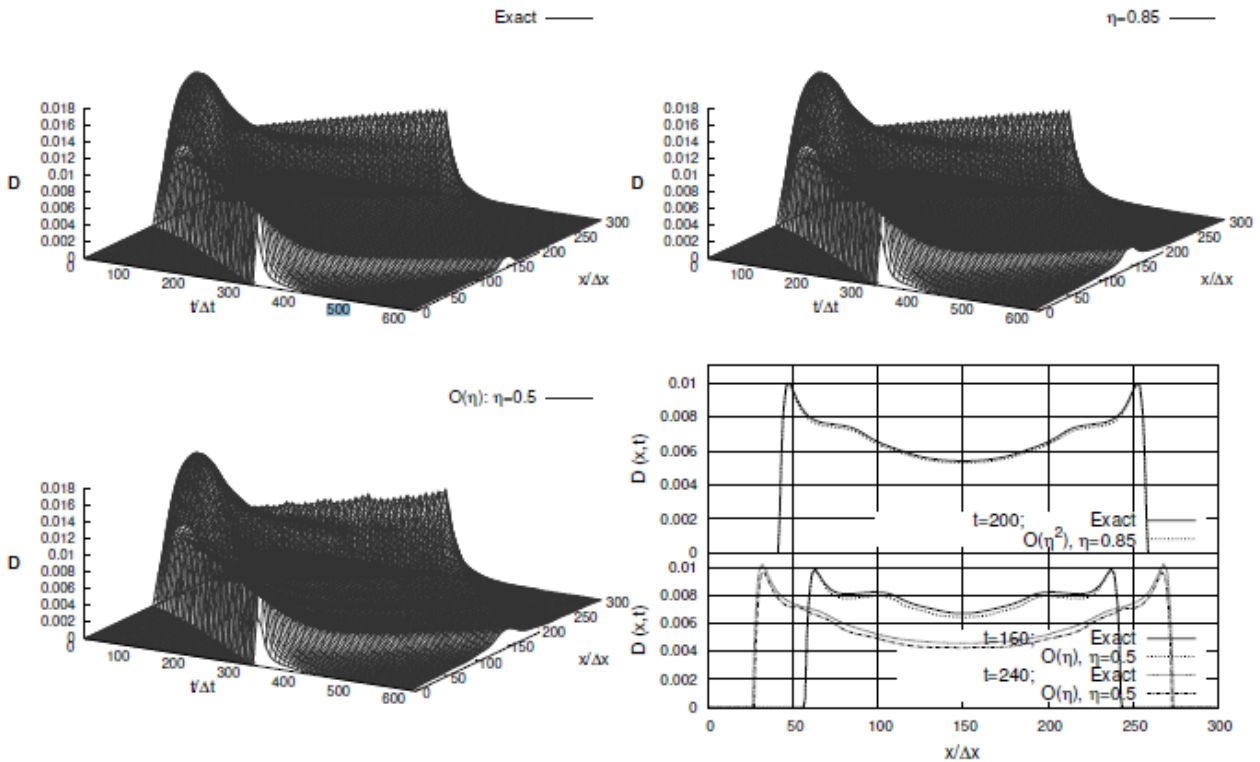


図 6. 計算した滑り速度の時空間変化による精度評価. 右上: H-matrix による低ランク近似を用いない場合. 左上: 低ランク近似の許容条件パラメタを距離依存させた高精度な近似を用いた場合. 右下: 許容条件パラメタを一定にした場合. 右下: ある時間スナップショットで見た、滑り速度の空間分布.

6. 今年度の進捗状況と今後の展望

今年度において、FDP=H-matrix のアルゴリズム開発とその精度評価が概ね完了した。アルゴリズム開発のために、数学的な定式化を厳密に行う必要性和、全く新しいアイデアを

用いた手法のアルゴリズムを構築する必要性があったため、進捗は当初目標からは若干遅れたが、FDP=Hmatrix の開発を完了することができた。したがって、現状において、既存ライブラリ HACApK への FDP=H-matrix の

実装作業に移行し、実装方法の検討に着手したところである。

またそれに並行して、現実的な 3 次元断層モデルの構築と 2016 年にニュージーランドで発生したカイクウラ地震をターゲットとした再現シミュレーションを行い、地震学的に有益な結果が多数得られた。これは、OakForest-PACS を用いて大規模計算を行うことで初めて可能となった成果と言える。

今後は、アルゴリズム開発に関しては、構築された FDP=H-matrix のアルゴリズムをベースとして、既存の HACApK を拡張することによって、並列化されたアルゴリズムを構築させることを目標とする。また、自然地震のモデル化については、2016 年熊本地震など、地震学的に重要な他の地震イベントについても実施し、事例を着実に増やしていくことを目標とする。

6. 研究成果リスト

(1) 学術論文

Ando, R., K. Imanishi, Y. Panayotopoulos, T. Kobayashi, Dynamic rupture propagation on geometrically complex fault with along-strike variation of fault maturity: insights from the 2014 Northern Nagano earthquake, Earth Planets Space, Springer, 69: 130., <https://doi.org/10.1186/s40623-017-0715-2>, 2017.

(2) 国際会議プロシーディングス

(3) 国際会議発表

R. Ando and Y. Kaneko, Dynamic rupture simulation of the 2017 Mw 7.8 Kaikoura (New Zealand) earthquake: Is spontaneous multi-fault rupture expected?, American Geophysical Union, New Orleans, 2017.

H. Arai, R. Ando and Y. Aoki, Dynamics of delayed triggering in multi-segmented

foreshock sequence: Evidence from the 2016 Kumamoto, Japan, earthquake, American Geophysical Union, New Orleans, 2017.

D. Sato, O(N) Method for Spatiotemporal Boundary Integral Equation Method, 18th SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing, Tokyo, 2018.

(4) 国内会議発表

安藤 亮輔、今西 和俊、三宅 弘恵、吉見 雅行、松島 信一、動力的破壊シミュレーション: 手法検証と別府万年山断層帯への適用、日本地震学会秋季大会、鹿児島、2017

(5) その他 (特許, プレス発表, 著書等)