

jh160041-NAHI

横田 理央 (東京工業大学)

Hierarchical low-rank approximation methods on distributed memory and GPUs



背景

H行列、 H^2 行列、HSS行列などの階層的低ランク近似法は $O(N^2)$ の要素を持つ密行列を $O(N)$ の要素を持つ行列に圧縮することができる。圧縮された行列を用いることで、行列積、LU分解、固有値の計算を $O(N)$ で行うことができるため、従来密行列の解法が用いられてきた分野では階層的低ランク近似法の導入が近年盛んに行なわれている。また、密行列のみならず、疎行列の直接解法におけるSchur補元の圧縮に用いることもできるため、流体、構造、電磁界解析において前処理法として用いる研究も盛んに行なわれている。しかし、これらの階層的低ランク近似法は比較的新しい手法であるため、高性能な並列実装は少なく、GPUなどへの実装も未成熟である。これらの階層的低ランク近似法に内在する並列度は高く、高性能な分散メモリ・GPU実装が求められている。

目的

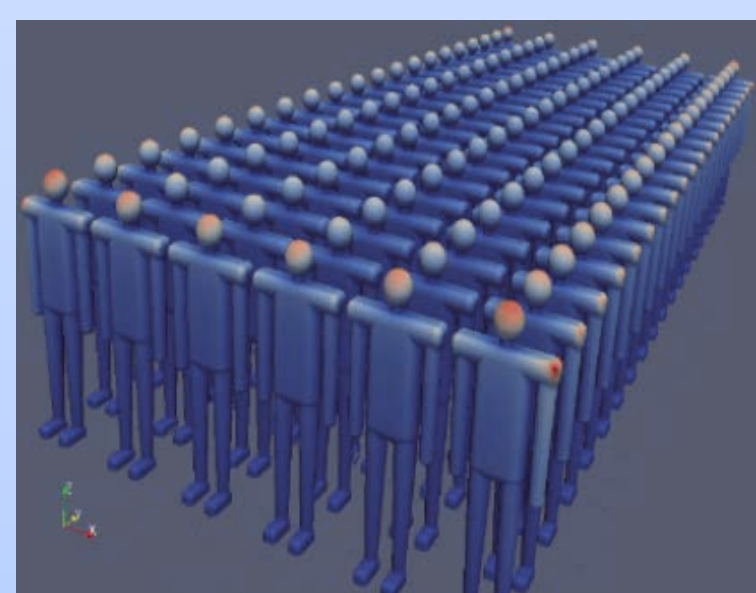
本研究では、エクサスケールを視野に入れた階層的低ランク近似法の分散メモリ・GPU上での高性能な実装を行うことを目的とする。JHPCNの国際共同研究として行うことでTennessee大学で開発されているParSECなどの並列化支援ツールと統合することができる。これらのツールは現在、密行列の計算には標準的に用いられているが、階層的低ランク近似法への応用はまだ行われていない。

分散メモリ並列化・GPU化は段階的に行う予定であり、まずは行列・ベクトル積、次に行列分解、最後に固有値計算の実装を行う。行列・ベクトル積ができるだけでも、境界要素法による電磁界解析に応用することができるため、実アプリケーションを用いた性能の検証も随時行うことができる。

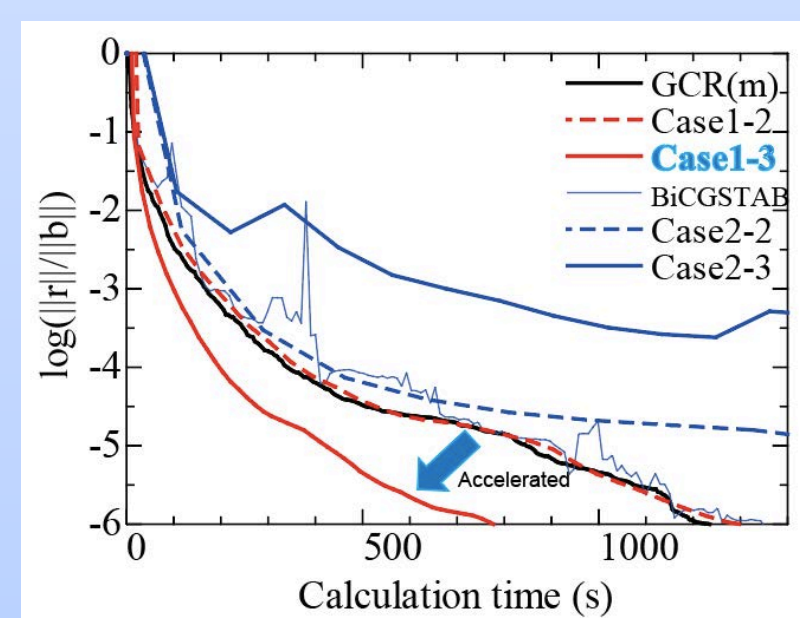
H行列のOpenMP+MPIハイブリッド実装 -- $\mathcal{H}ACApK$



$\mathcal{H}ACApK$ はH行列による階層化とAdaptive Cross Approximation (ACA)による低ランク近似を用いるOpenMPとMPIのハイブリッド実装である。



人体模型の静電場解析

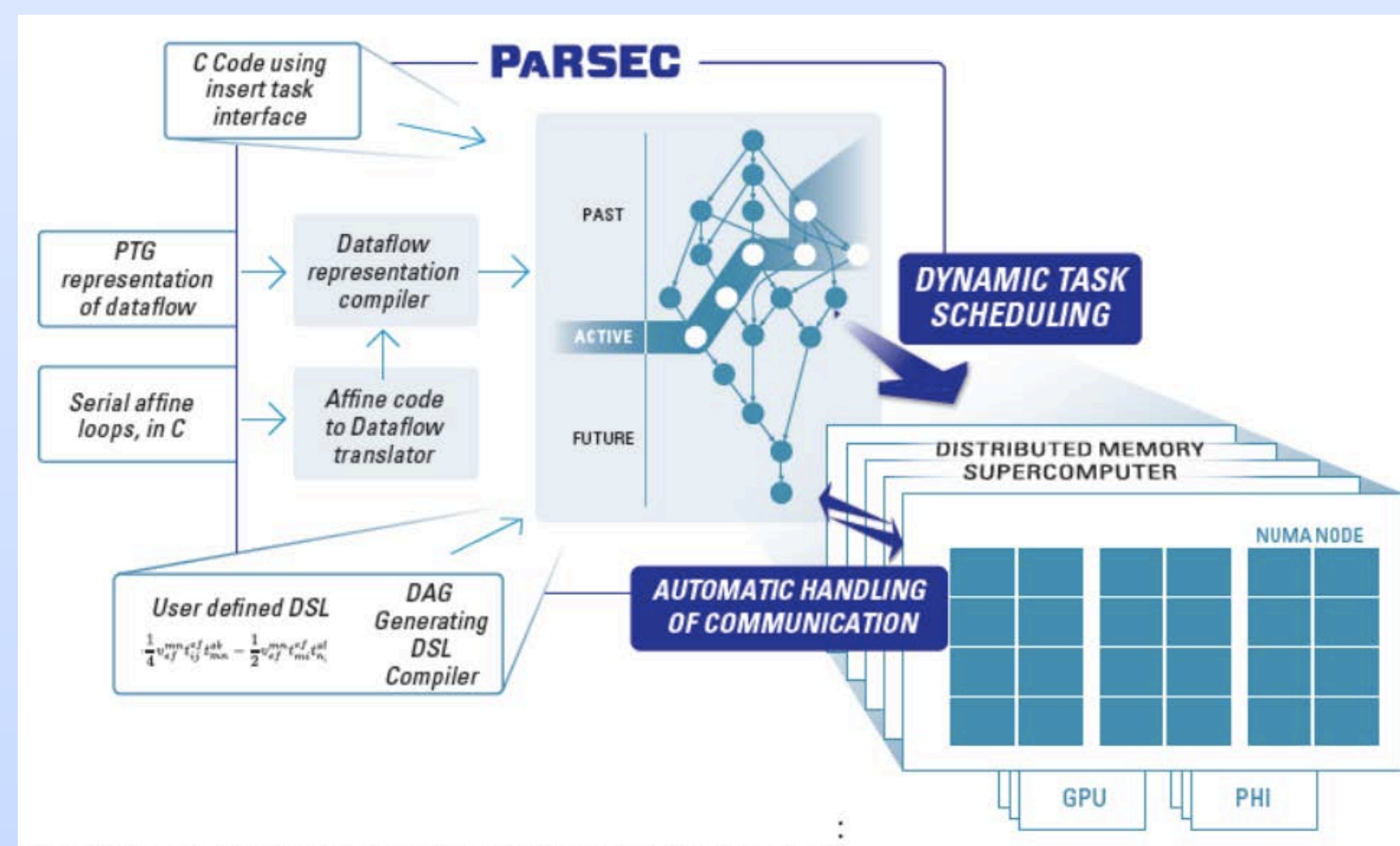


GCR(m), BICGSTABとの比較

$\mathcal{H}ACApK$ を用いることで境界要素法による静電場の解析の際に生じる密行列を圧縮し $O(N)$ で解くことができる。GCRやBiCGSTABなどと比べても同じ精度を得るために必要な計算時間が短いことが上図より見てとれる。

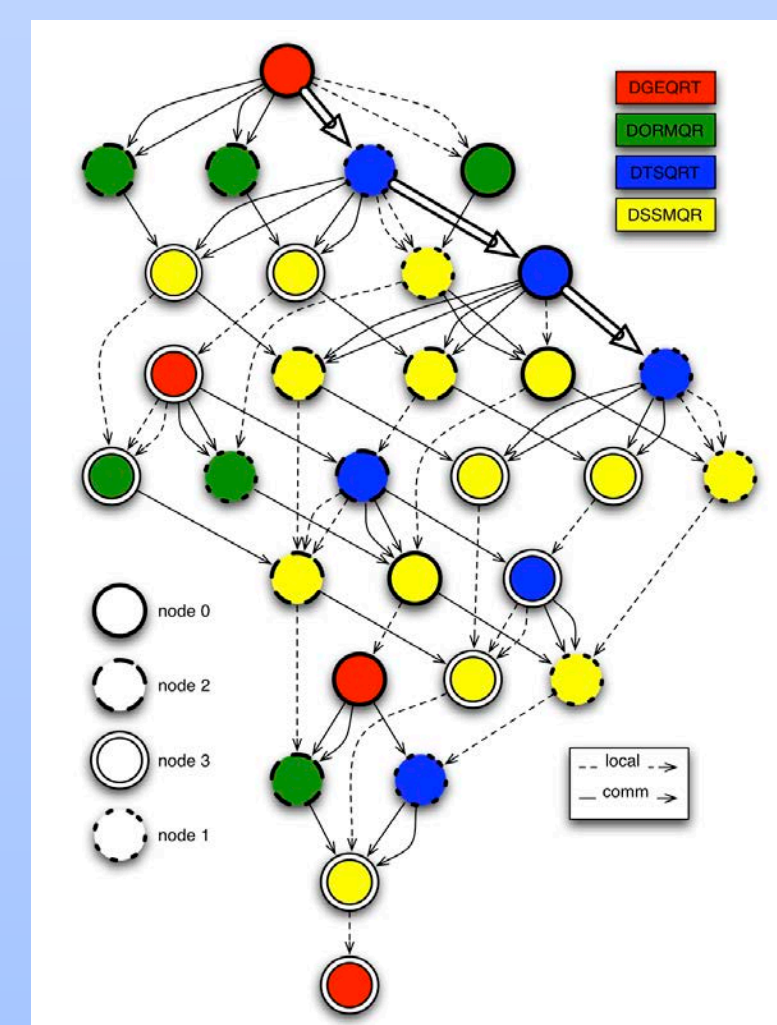
分散メモリ用タスクスケジューラ - ParSEC

ParSECは密行列演算の分散メモリ計算機における効率化を目的とするタスクスケジューラである。近年の密行列演算に用いられているタイル型データ構造はH行列などの階層的低ランク近似法にも共通しており、ParSECのようなタスクスケジューラを利用することができる。



ParSECは逐次コードをdataflow型の記述に変換しDAGを用いてデータ依存性の解析を行うことで並列性を非同期的に抽出することができる。これはPLASMAなどに用いられているランタイムモデルにも用いられている仕組みであるが、ParSECはさらにこれを分散メモリ並列化に用いている点で新しい。この際に発生するMPI通信もユーザーからは隠蔽されている。

QR分解にParSECを用いたときのDAGの概念図を右図に示す。それぞれの色はQR分解を行うためのLAPACK関数を示す。丸の外枠はMPIのプロセスごとに分けられている。データの依存性の矢印はローカルが点線、リモートが実線で表されている。つまり、実線で表されるデータ依存性は通信が必要であることを表している。



今後の展望

- $\mathcal{H}ACApK$ のGPU実装を行う際にはMAGMAなどの実装を参考にし、密行列カーネルを再利用する
- 境界要素法による電磁界解析にGPU実装された $\mathcal{H}ACApK$ を用いることで実アプリケーションにおける性能を検証
- $\mathcal{H}ACApK$ とParSECを統合することで階層的低ランク近似の分散メモリコードの高性能実装を行う
- $\mathcal{H}ACApK$ とParSECを統合したコードを用いて混相流の流体解析におけるPoissonソルバの高速化を行う

参考文献

[1] Akihiro Ida, Takeshi Iwashita, 2 others, Journal of Information Processing, Vol. 23, No. 3, pp. 366--372