

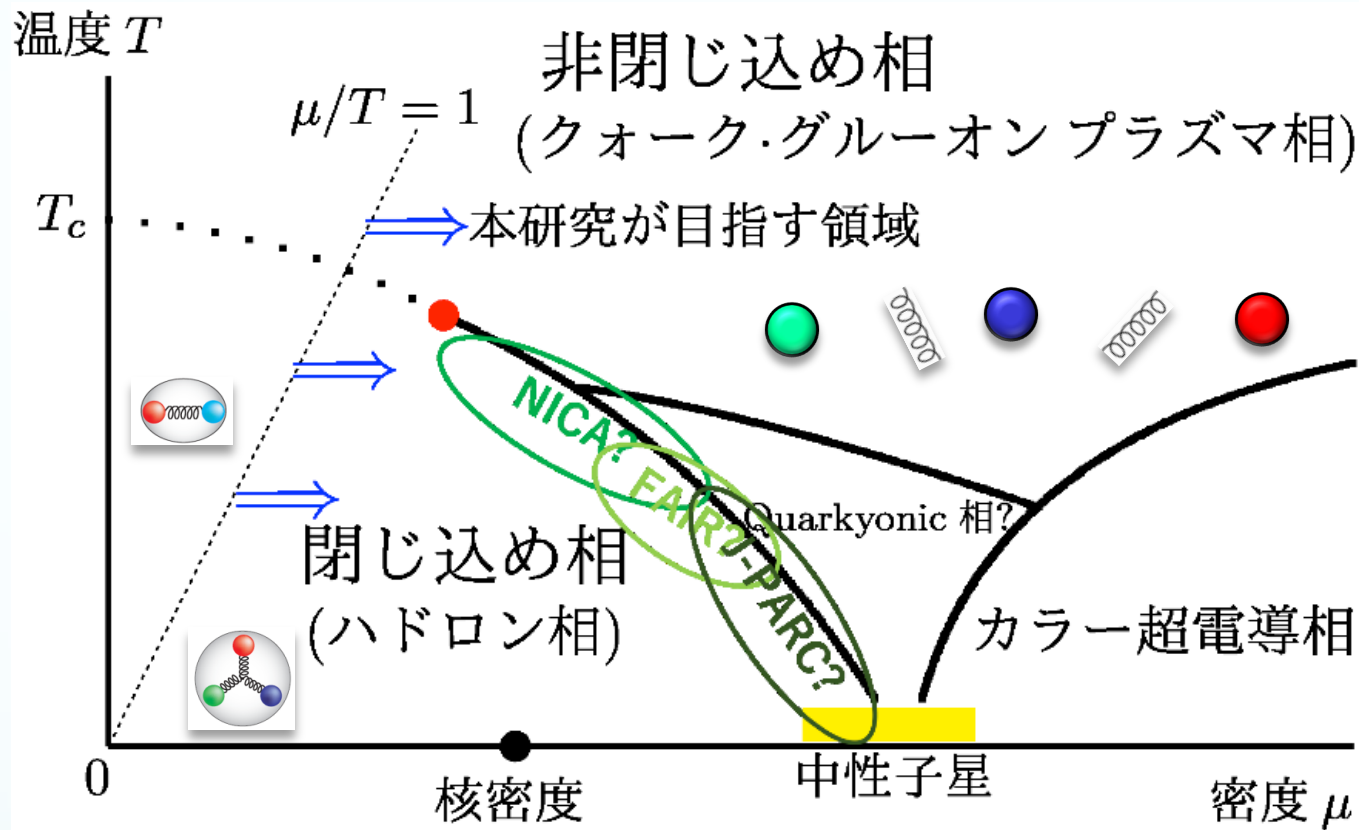
# GPUコードならびに多倍長精度アルゴリズム を用いた有限密度QCDにおける 相構造の研究

若山将征 (代表)<sup>1</sup>、  
保坂淳 (副代表)<sup>1,2</sup>、飯田英明<sup>3</sup>、中村純<sup>1</sup>、伊達進<sup>4</sup>

1. 大阪大学 核物理研究センター
2. 日本原子力研究開発機構
3. 東京大学 理学部
4. 大阪大学 情報メディアセンター

第12回JHPCN拠点シンポジウム  
2020年7月9日, オンラインにて

# 量子色力学(QCD)の相構造の予想図



## 研究目的

原子核などの物質を構成するクォークやグルーオンの基礎理論である量子色力学(QCD)の相構造は明らかになっていない。本研究ではQCD非摂動的に直接解くことができる唯一の方法である格子QCDを用いてQCDの相構造の決定を目指す。

# 「符号問題」とその解決策

有限密度系の格子QCDには「符号問題」と呼ばれる困難が存在する。

$\mu$ (密度)	モンテ・カルロ法の適用
$\mu = 0$	○
$\mu > 0$	×
$\mu^2 < 0$ (純虚数)	○

←「符号問題」が存在

←「符号問題」は存在せず  
格子QCD計算が可能！

## カノニカル法

純虚数化学ポテンシャル領域で格子QCD計算から得られた結果をフーリエ変換することで、実密度領域での情報を引き出す。

# カノニカル法の歴史

## カノニカル法の基本的アイデア

A. Hasenfrantz & D. Toussaint, Nucl. Phys. B371 (1992)

× (離散)フーリエ変換の数値的不安定性:  $e^{-in\mu_q I/T}$

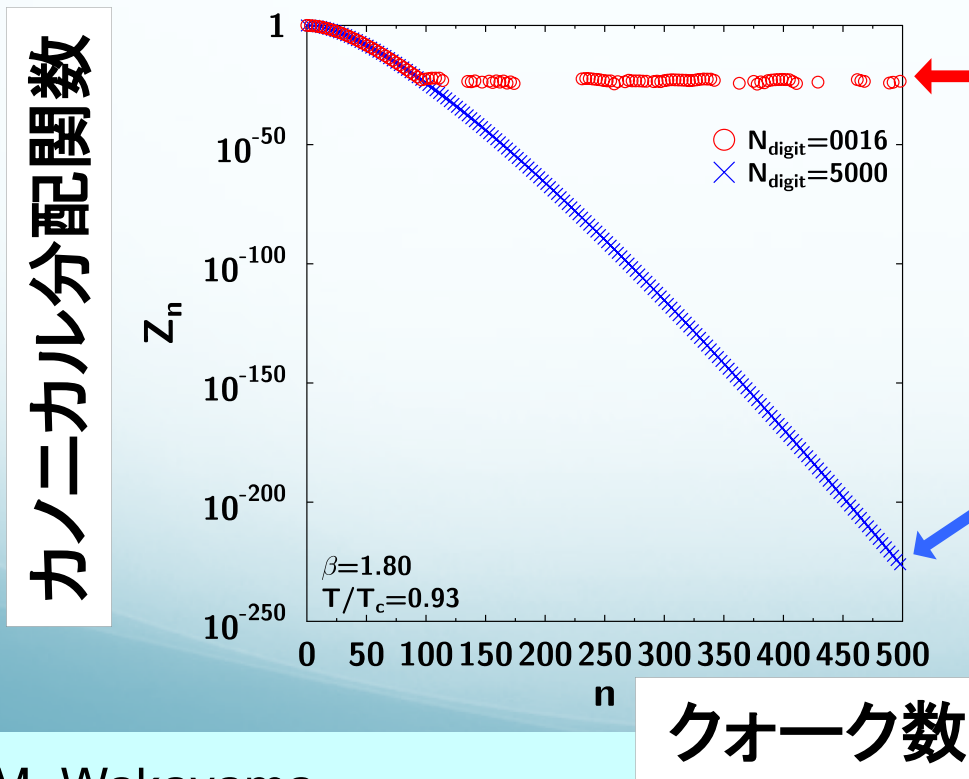
・ 符号問題？

・ **有効数字の桁落ちが原因！**

R.Fukuda, A.Nakamura, S.Oka, PRD93 (2016)

倍精度では、小さい粒子数までしか正しく求めることができない。

多倍長精度では、より大きい粒子数まで正しく求めることができる。





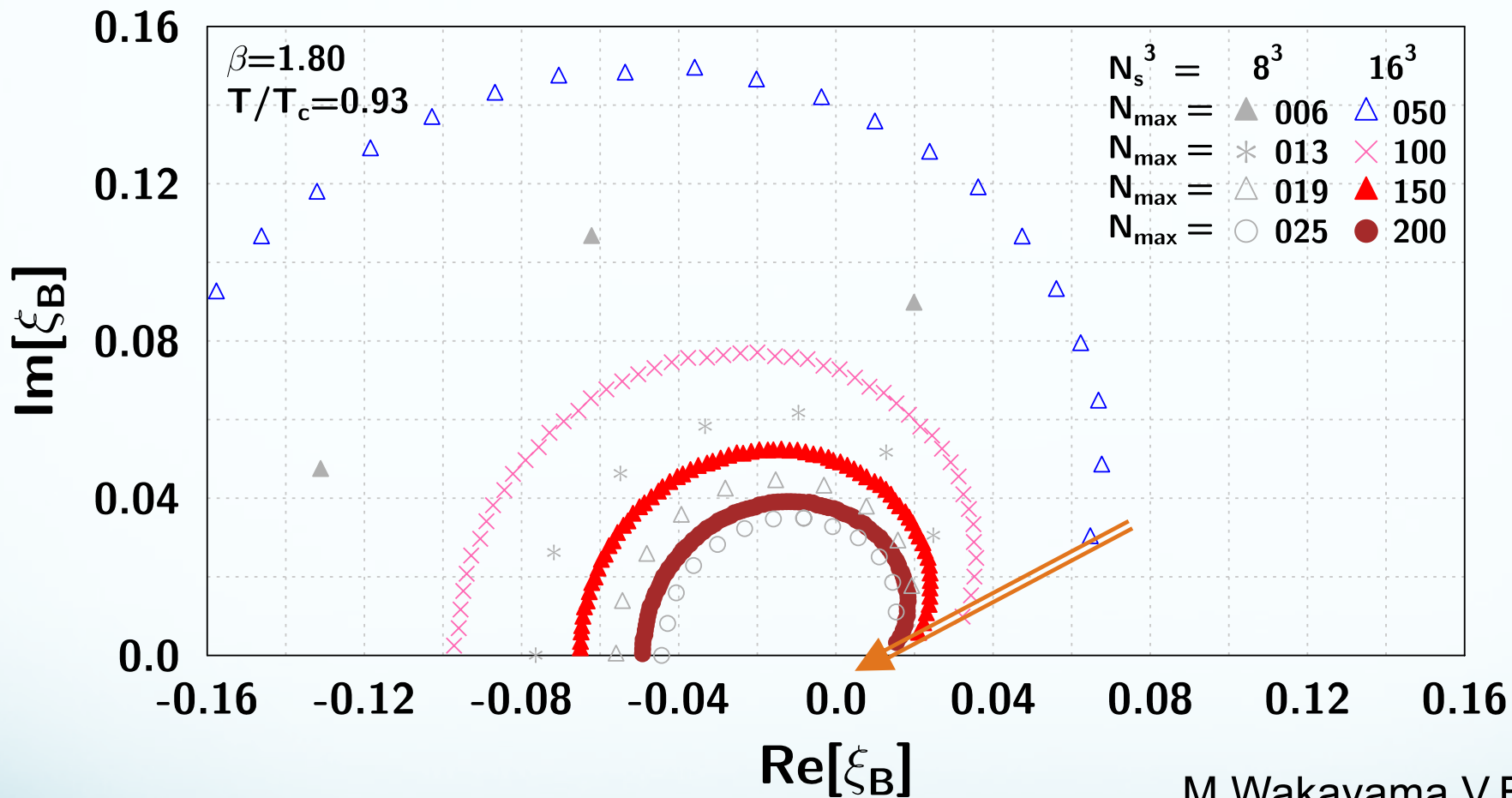
# 相転移点を得るまでの研究手順



# 当拠点公募型共同研究利用の根拠

- 本研究の格子QCD計算では、格子サイズは最大で $24^3 \times 24$ であるため、モンテカルロ法を用いて $1.2 \times 10^7$ 重積分の計算を統計量だけ行う必要がある。
- 格子QCD計算では、GPU-CUDAプログラムを使用するため、大阪大学のGPUを搭載したOCTOPUSが有用である。
- プログラムは完成しておりOCTOPUS上での利用実績もある。
- GPU上で4次元時空全ての点での並列化、つまり、 $24^3 \times 24 (= 331776)$ 並列が可能。
- 5000桁を超える多倍長精度での計算を行う必要がある。

# 研究成果①: 格子QCDの結果



$N_{\max}$ が増加するにつれて、リー・ヤンの零点は実軸に近く。 $\mu_B/T \sim 5-6$  に相転移点が存在？  
 $N_{\max}$ は十分？無限大への外挿方法は正しい？

M.Wakayama, V.Bornnyakov, D.Boyda, V.Goy, H.Iida, A.Molochkov, A.Nakamura, V.Zakharov, Phys. Lett. B793 227-233, May, 2019.

# 相転移点を得るまでの研究手順

## 有効模型

$$n_q(\mu_q = i\mu_{qI}, T)$$

## 格子QCD

$$n_q(\mu_q = i\mu_{qI}, T, V)$$

クォーク数密度

$$\frac{n_{qI}}{T^3}(\theta) \sim \sum_{k=1}^{N_{\text{sin}}} f_k \sin(k\theta)$$

$$\frac{n_q}{T^3} = \frac{1}{VT^2} \frac{\partial}{\partial \mu_q} \ln Z_{\text{GC}}$$

相構造が既に明らかなQCDの有効模型を用いて、外挿方法などについて調査が可能！

$$Z_{\text{GC}}(\mu_q = i\mu_{qI}, T, V)$$

グランドカノニカル分配関数

フーリエ変換 ↓ 約5000桁の多倍長精度で計算

$$Z(n, T, V)$$

カノニカル分配関数

$$Z_{\text{GC}}(\mu_q, T, V) = \sum_{n=-N_{\text{max}}}^{N_{\text{max}}} Z(n, T, V) \xi^n$$

グランドカノニカル分配関数

フガシティ:  $\xi = e^{\mu_q/T}$

## 有効模型

$$n_q(\mu_q, T)$$

リー・ヤンの零点

相転移点

# NJL模型における実際の相構造

$$\chi_B = \frac{1}{9} \frac{\partial n_q}{\partial \mu_q}$$

$$\chi_B T / \Lambda^3 \times 10^2$$

感受率

3  
2.5  
2  
1.5  
1  
0.5  
0

T [MeV]  
温度

臨界点(CP):

$(T_{cp}, \mu_B) \sim (49, 981)$  [MeV]

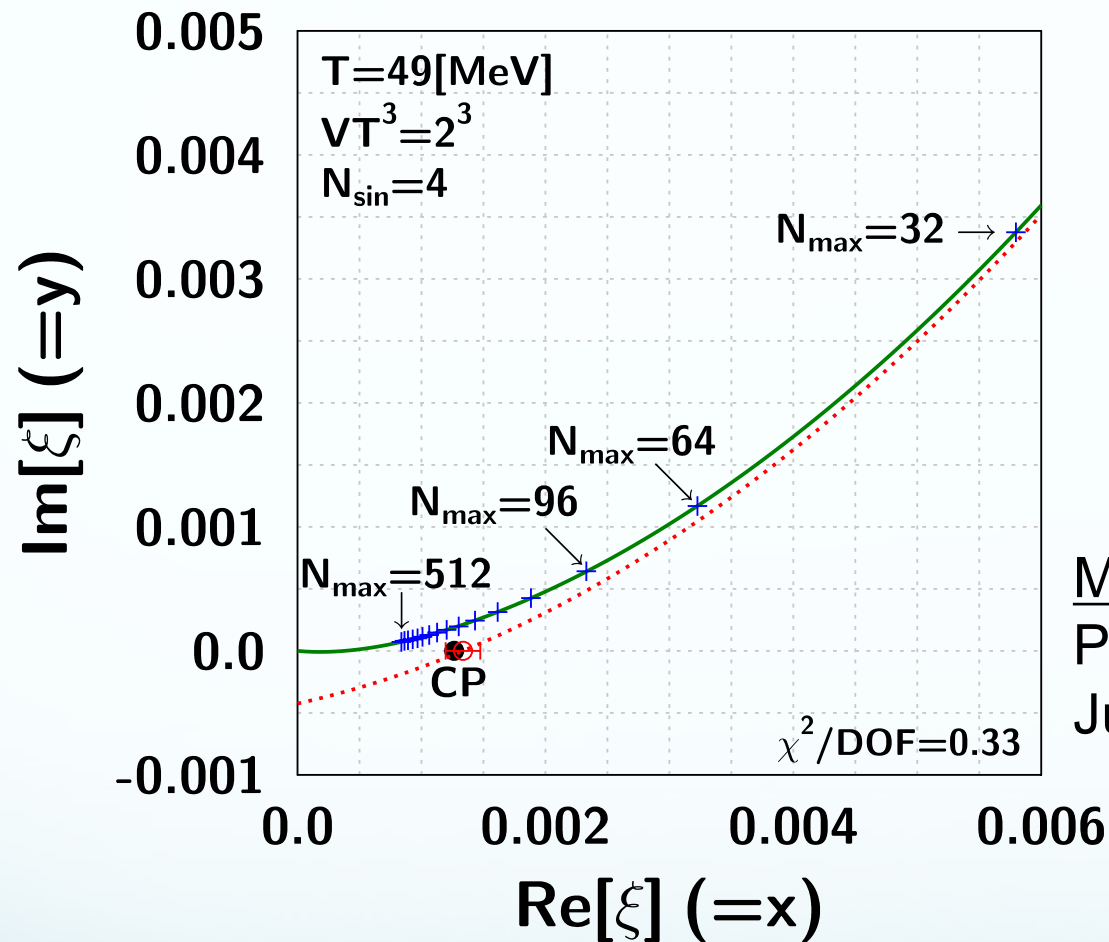
Two-flavor NJL  
 $G=5.5\text{GeV}^{-2}$   
 $m_q=5.5\text{MeV}$   
 $\Lambda=631\text{MeV}$

$\mu_B$  [MeV]  
実化学ポテンシャル

## 目標

カノニカル法を用いて、NJL模型における相構造が再現できるかどうか調査する。

# 研究成果②: NJL模型の結果



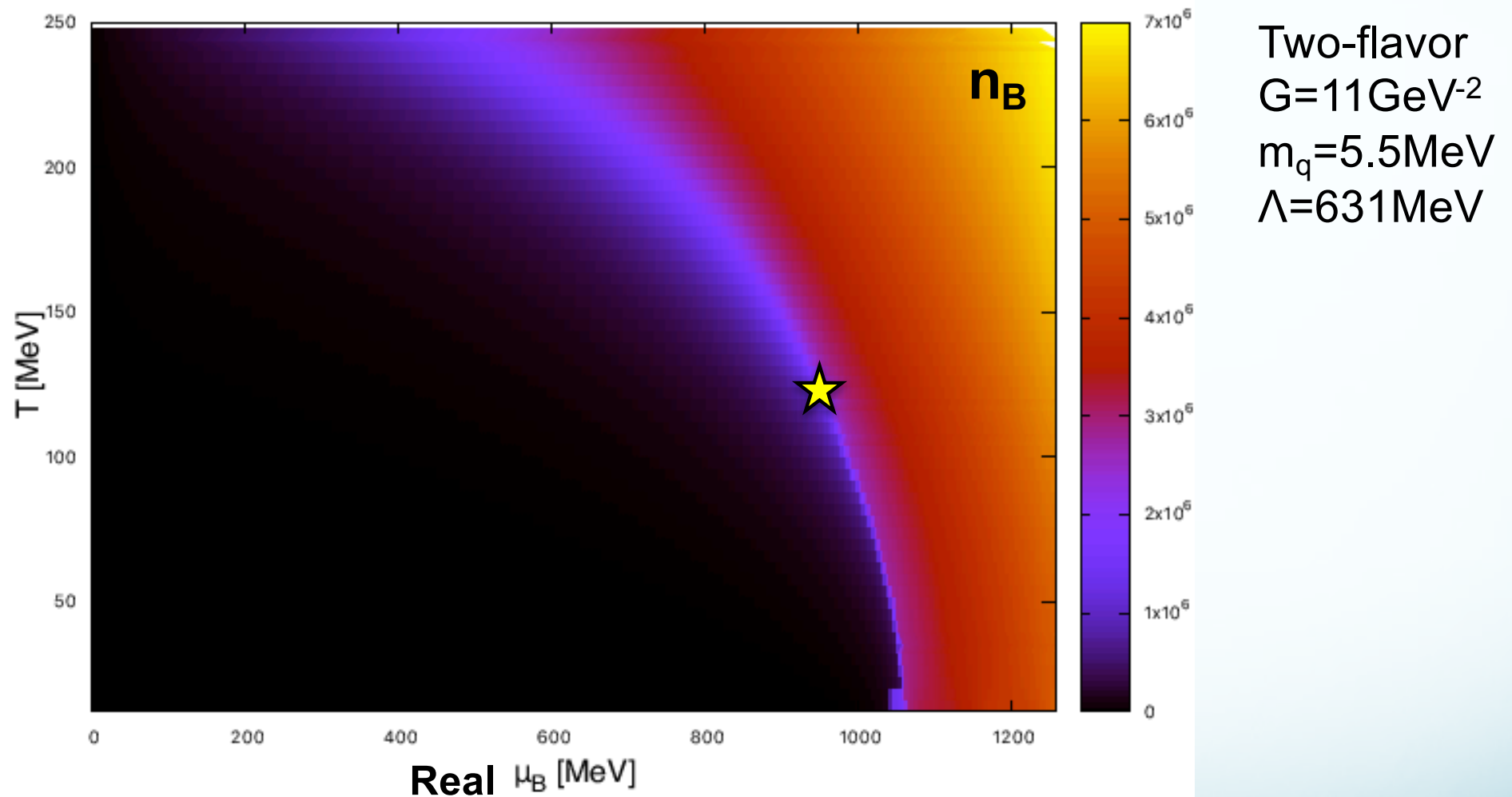
$$\xi = e^{\mu_q/T}$$

M. Wakayama, A. Hosaka,  
Phys. Lett. B795 548-553,  
July, 2019.

適切な外挿と有限体積効果の差し引きを行うことにより、期待される臨界点(CP)の再現が可能であることが分かった。



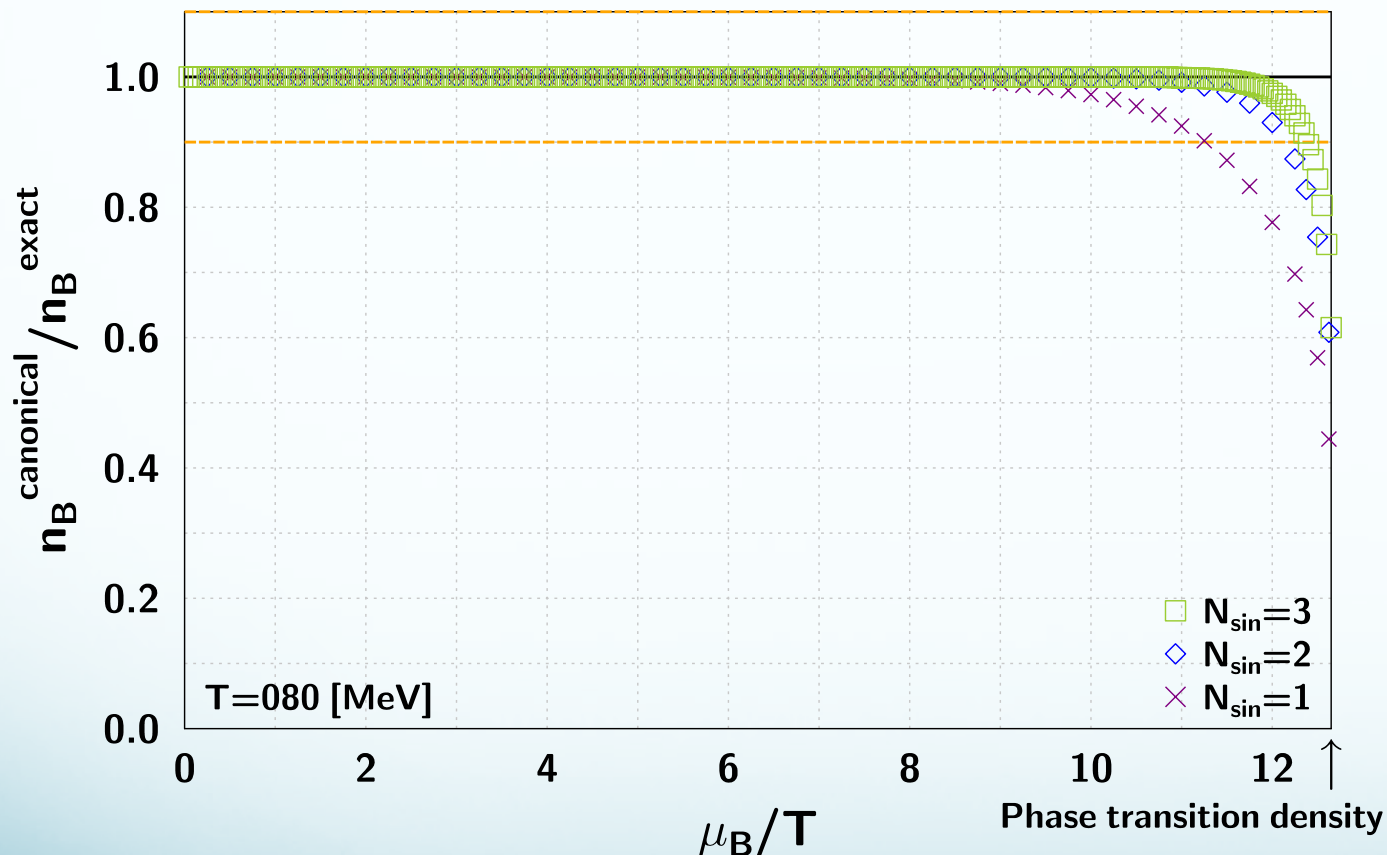
# PNJL模型における実際の相構造



臨界点:  $(T, \mu_B) \sim (114, 965)$  [MeV]

# 研究成果③: PNJL模型の結果

PNJL模型の計算でカノニカル法を用いて得られたバリオン数密度と実際のバリオン数密度の比の $N_{\text{sin}}$ 依存性。



クォーク数密度

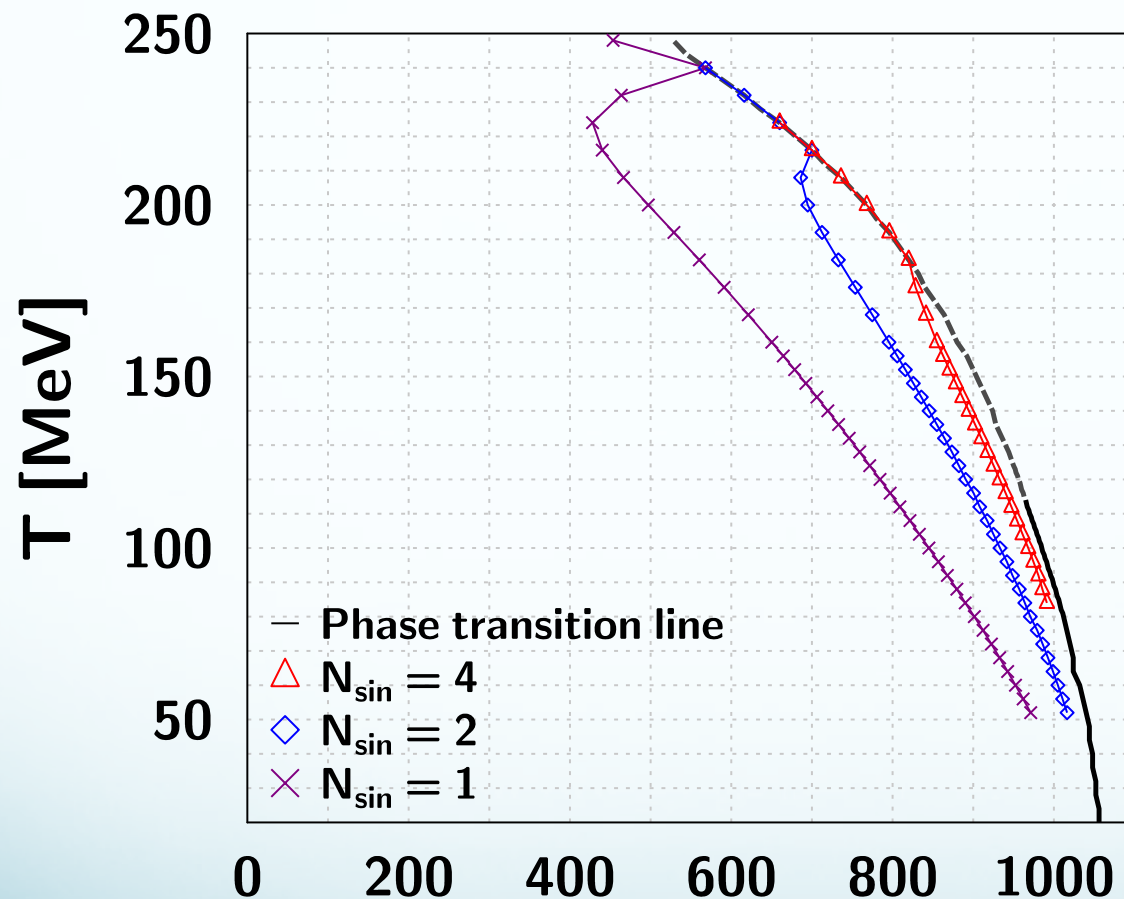
$$\frac{n_{qI}}{T^3}(\theta) \sim \sum_{k=1}^{N_{\text{sin}}} f_k \sin(k\theta)$$

M. Wakayama, S-i. Nam,  
A. Hosaka, Phys. Rev. D  
に論文投稿中(2020).

$N_{\text{sin}}=3$ 程度あれば、相転移付近の密度領域まで、カノニカル法で十分に再現可能。

# 研究成果③: PNJL模型の結果(続き)

PNJL模型でのカノニカル法の適用限界の $N_{\text{sin}}$ 依存性。



シンボルでそれぞれ繋がられた線より左側が、カノニカル法で得られた数密度と実際の数密度とのズレが10%未満となる、カノニカル法の適用可能領域である。

M. Wakayama, S-i. Nam, A. Hosaka, Phys. Rev. D に論文投稿中(2020).

$N_{\text{sin}}=4$ あれば、 $\mu_B$  [MeV]  
閉じ込め相のほとんどの領域でカノニカル法が適用可能である。

# まとめ

- 格子サイズが $16^3 \times 4$ の下、クォークが比較的重い質量領域での格子QCDで相転移点の見積もりを行った研究を論文にまとめた。(成果①)
- QCDに基づく有効模型であるNJL模型を用いて、カノニカル法の妥当性に関する計算を行った研究を論文にまとめた。(成果②)
- よりQCDの性質に近いPNJL模型での計算を行い、カノニカル法の妥当性に関する研究を行った。(成果③)

# 今後の展望

- 格子サイズが $24^3 \times 6$ 及び $24^3 \times 8$ の下、クォークが軽い質量領域での格子QCDの追計算と解析を行う。
- 数密度の計算だけでなく、他の物理量の検討も進める。

# 研究業績

## 学術論文(査読あり)(2件)(+1件論文投稿中)

- M. Wakayama, A. Hosaka, Phys. Lett. B795 548-553, July, 2019.
- M. Wakayama, V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, H. Iida, A. V. Molochkov, A. Nakamura, V. I. Zakharov, Phys. Lett. B793 227-233, May, 2019.
- M. Wakayama, S-i. Nam, A. Hosaka, Phys. Rev. D に論文投稿中(2020).

## 国際会議発表(招待講演5件、招待セミナー講演1件)

- (招待セミナー講演) M. Wakayama, Theory Seminar, Sun Moon University, Jan., 2020.
- (招待講演) M. Wakayama, Different approaches to the hadron and nuclear physics from the high density and temperature perspectives, Inha University, Oct., 2019.
- (招待講演) M. Wakayama, Heavy Ion Meeting 2019-10, APCTP, Oct., 2019.
- (招待講演) A. Nakamura, The Future of lattice-QCD studies in Korea, PKNNU, Sep., 2019.
- (招待講演) M. Wakayama, The Future of lattice-QCD studies in Korea, PKNNU, Sep., 2019.
- (招待講演) M. Wakayama, Physics on Exotic Nuclei, Dense Matters, and Hadrons in the Universe, PKNNU, Aug., 2019.

## 国内会議発表(3件) (省略)

## その他(2件)

- T. Nakano, M. Fukuda, H. Kanda, N. Aoi, A. Sato, M. Yosoi, S. Umehara, H. Noumi, A. Hosaka, Nuclear Physics News (Nuclear Physics European Collaboration Committee), Vol. 29, No. 4, 4-9, Dec., 2019.
- M. Wakayama, RCNP Annual Report 2018, Highlights of Super Computer, 1-7, Apr., 2019.