JH240066

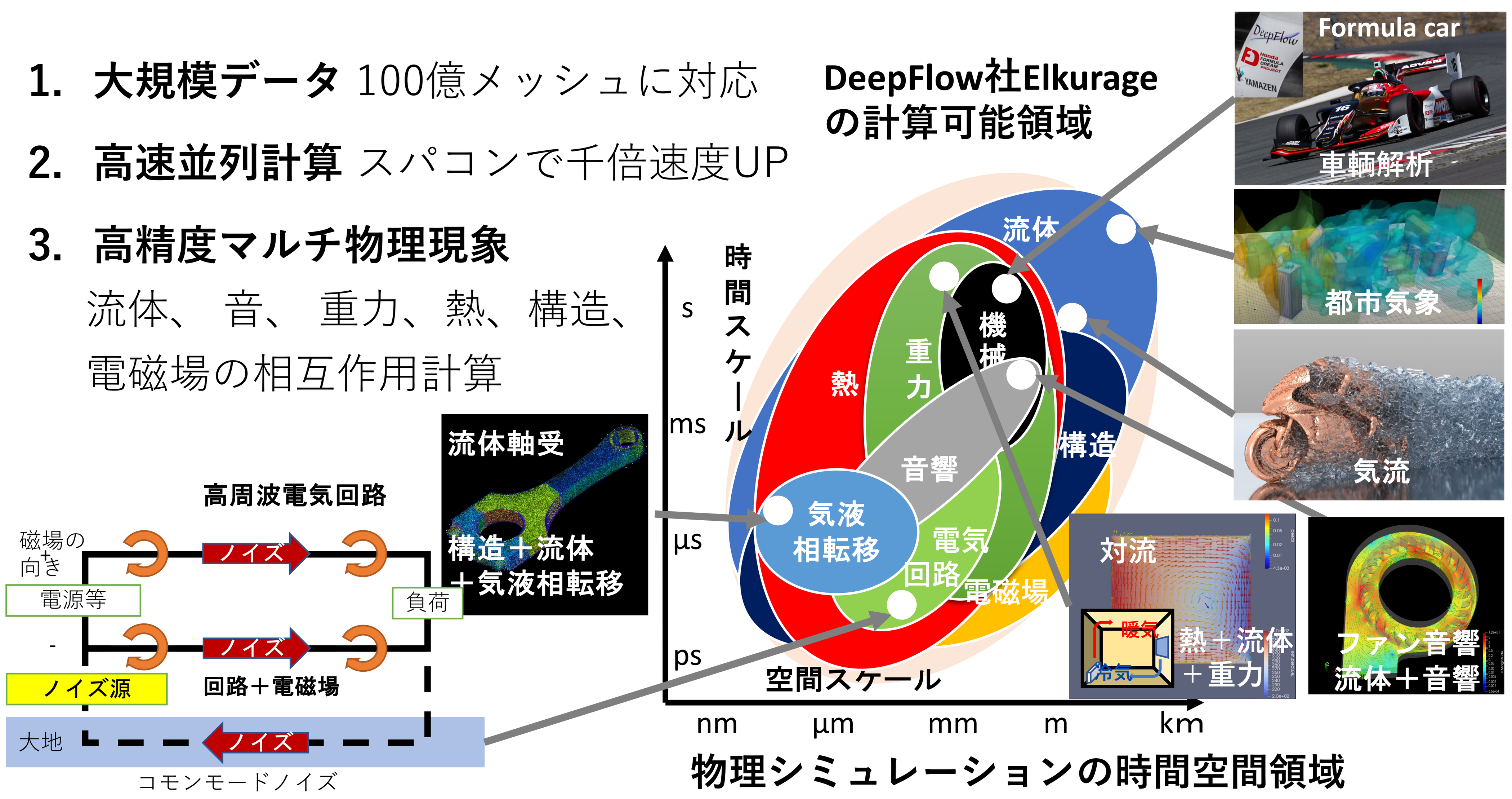
非構造メッシュを用いた離散微分形式による流体音の大規模解析

課題代表者: DeepFlow株式会社・代表取締役社長・深川宏樹

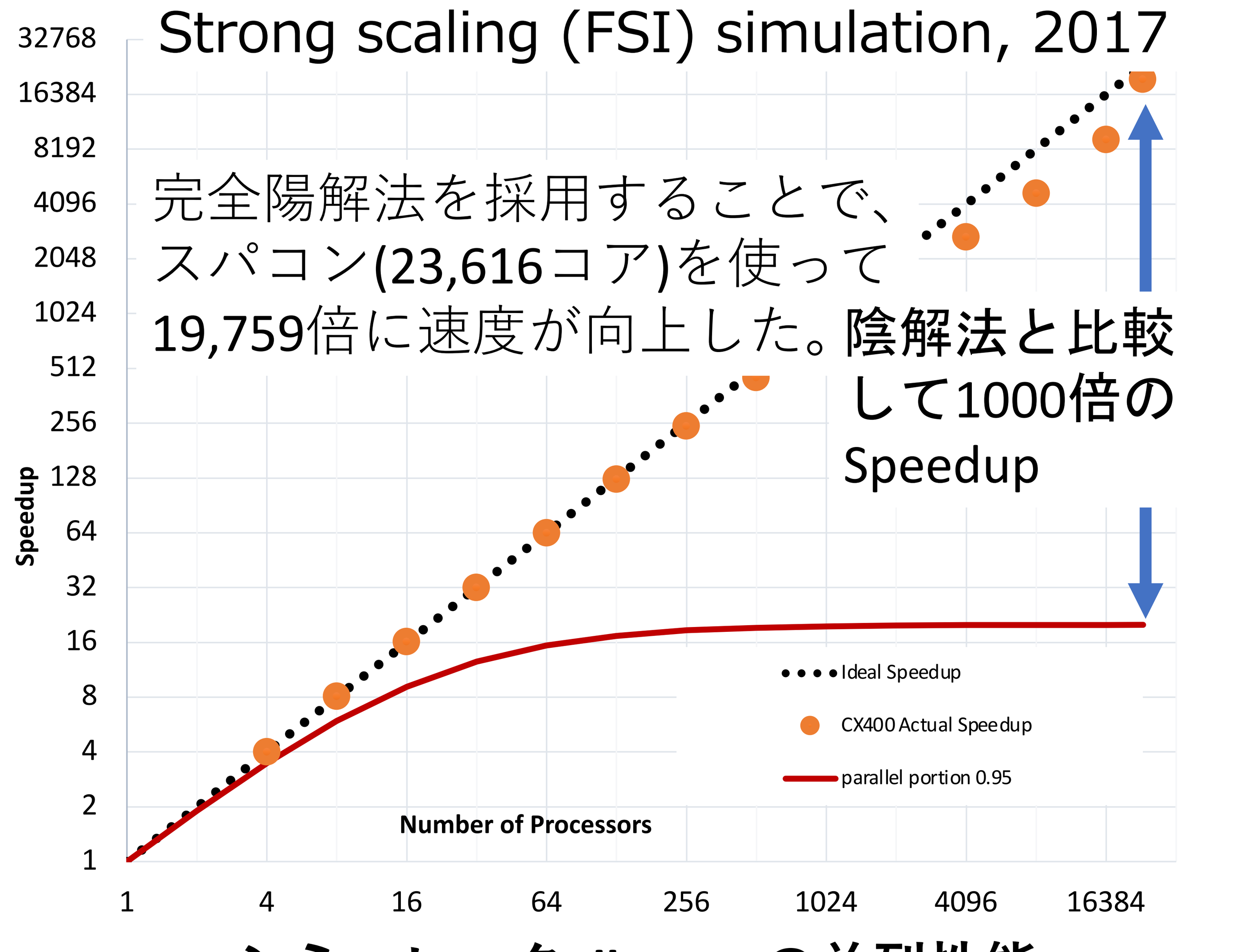
hiroki.fukagawa@deepflow.co.jp

大規模・高速・高精度マルチ物理シミュレータ Elkurage

1. **大規模データ** 100億メッシュに対応
2. **高速並列計算** スパコンで千倍速度UP
3. **高精度マルチ物理現象**
   流体、音、重力、熱、構造、電磁場の相互作用計算



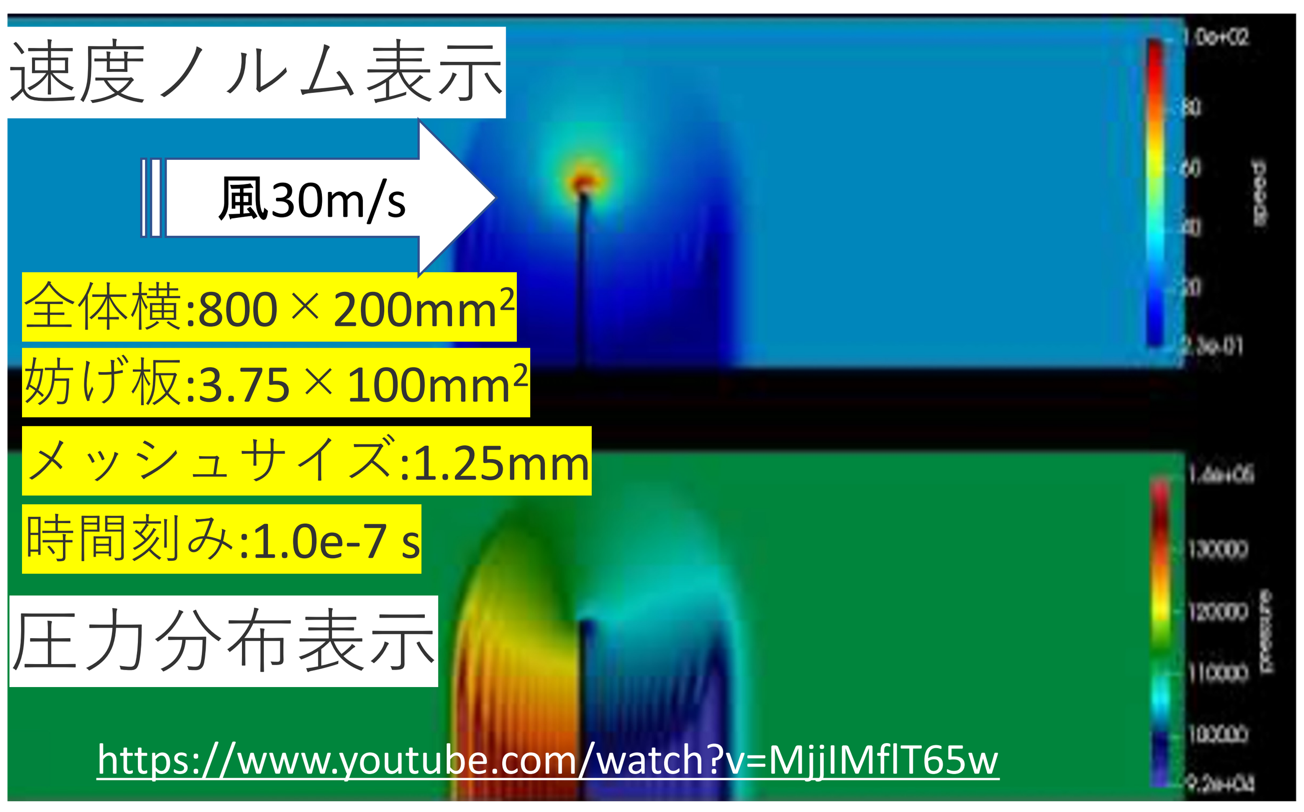
物理シミュレーションの時間空間領域



シミュレータElkurageの並列性能

流体音とは？

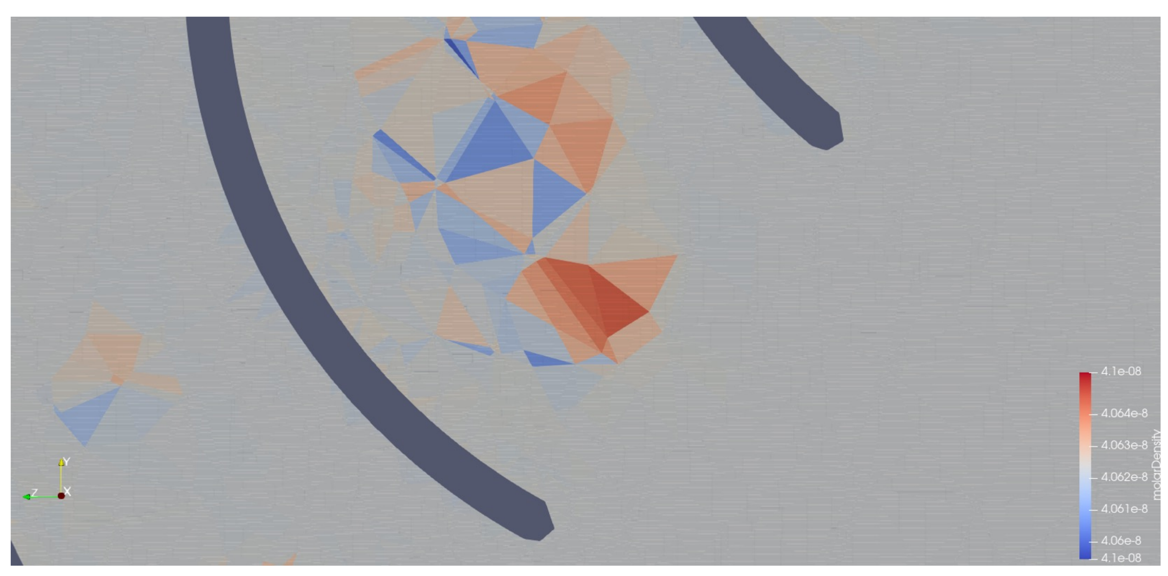
空気などの流体運動から誘起される圧力変動の波が音波として放射されることを流体音という。



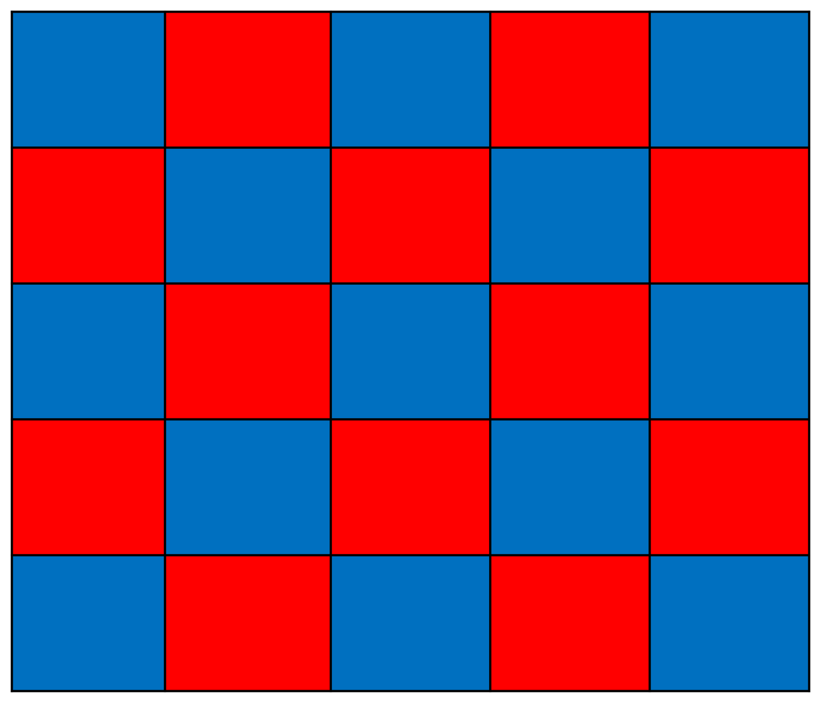
例:薄板から発生する流体音

チェッカーボード不安定

有限体積法(FVM)では速度と圧力がメッシュ中心に配置され、チェッカーボード不安定とよばれる圧力振動が発生。メッシュの中心にある圧力の更新が隣接するメッシュの圧力の値を使って計算されるため、右図のように高圧(赤)と低圧(青)が互い違いに並んだときに、ほぼ独立赤と青で時間発展してしまうことが原因。



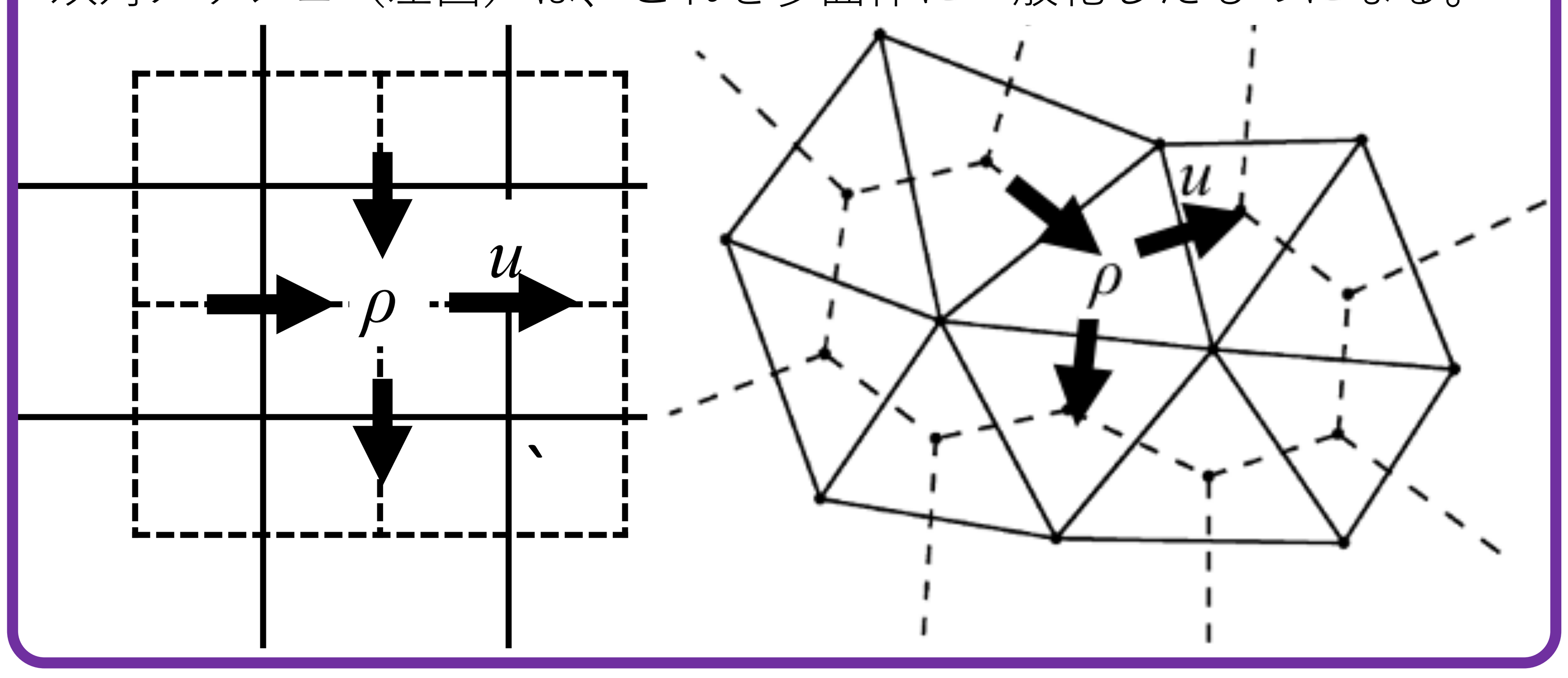
チェッカーボード不安定の計算例(FVM)
本来は存在しない圧力振動がは発生する。



チェッカーボードの模式図

スタッガード格子と双対メッシュ

差分法では、メッシュ中心に圧力のスカラー量を、メッシュ界面に面に垂直な流速成分を配置すること（右図）で圧力振動を回避する。双対メッシュ（左図）は、これを多面体に一般化したものになる。



微分形式と質量保存則

圧力 P 勾配 grad P
$0\ \mathrm{form} \ni \mathrm{P} \mapsto \mathrm{dP} \in 1\ \mathrm{form}$

速度場 $\boldsymbol{u}$　　回転 rot $\boldsymbol{u}$
$1\ \mathrm{form} \ni \boldsymbol{u} \mapsto \mathrm{d}\boldsymbol{u} \in 2\mathrm{form}$

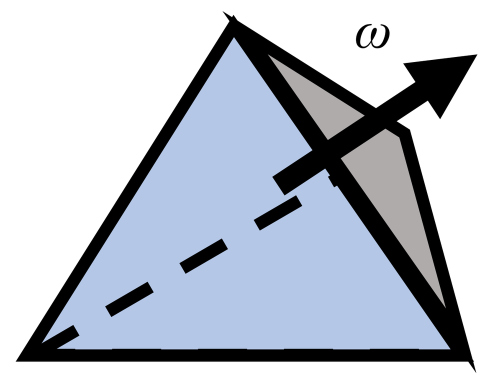
流束密度$\boldsymbol{\beta} = \rho * \boldsymbol{u}$ 発散 div$\boldsymbol{\beta}$
$2\ \mathrm{form} \ni \boldsymbol{\beta} \mapsto \mathrm{d}\boldsymbol{j} \in 3\ \mathrm{form}$

ベクトル解析

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\mathrm{div}(\rho \boldsymbol{u})$$

微分形式

$$\frac{\partial (*\rho)}{\partial t} = -d\ (\rho * \boldsymbol{u})$$



$\partial\chi = \Sigma_i \xi^i$

n形式	0形式	1形式	2形式	3形式
ω: 微分形式	スカラー; 密度 ρ	極性ベクトル;速度 u	軸性ベクトル;流束 $\rho * u$	擬スカラー;$* \rho$
χ: 向き付き多様体	点	線分	面領域	体積領域

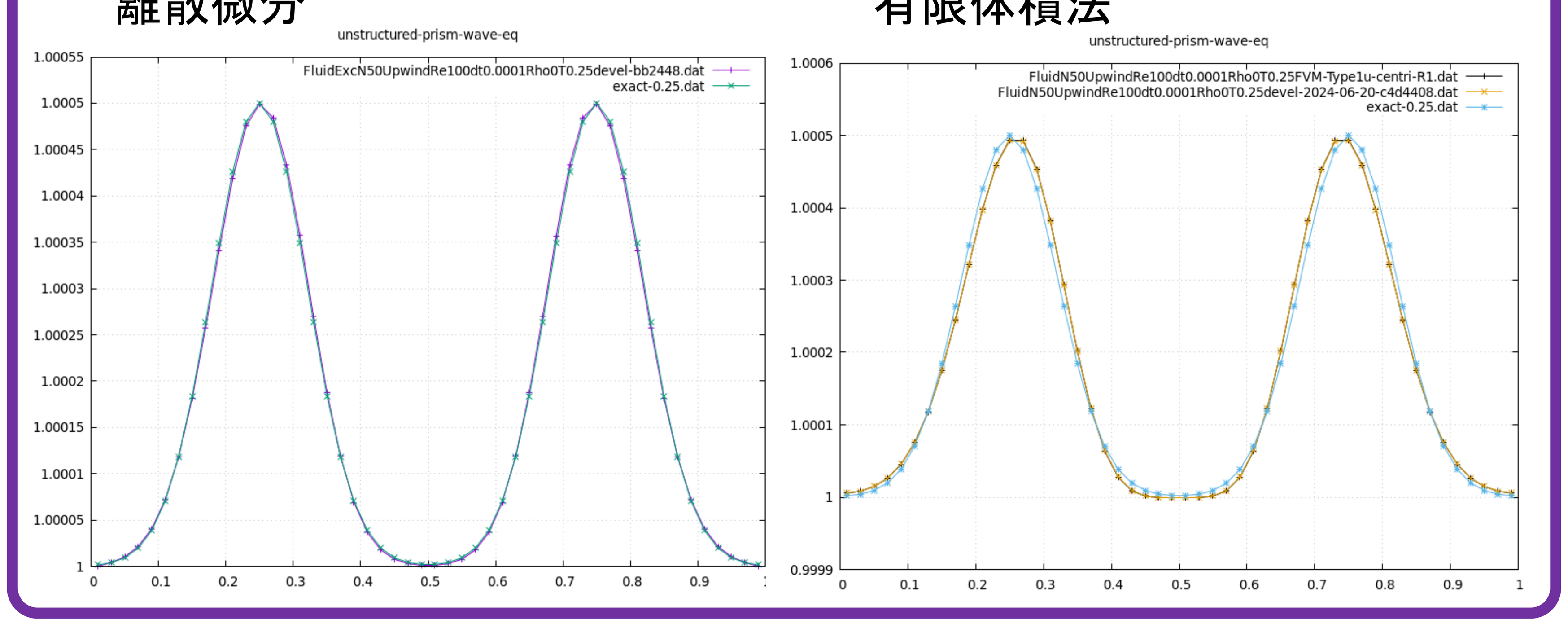
離散微分形式とストークスの定理

$\omega(x)$: 位置xでの物理量
⬇
$\omega^{**}(\chi^*) \coloneqq \int_\chi \omega$: 領域$\chi$で$\omega$の積分値

$\chi^* = \int_\chi \_$: 汎関数, $\omega \to \int_\chi \omega$,
ω^{**} : 離散微分形式,$\int_\chi \_ \to \int_\chi \omega$

ストークスの定理(勾配、回転、発散)　$\int_\chi \mathrm{d}\omega = \int_{\partial\chi} \omega = \Sigma_i (\int_{\xi^i} \omega)$

音の解析精度の比較



参考文献

- 深川宏樹：離散微分型式による大規模シミュレーション, 応用数理, 31 (2021), pp.22-26.
- 深川宏樹：微分型式による粘性流体の定式化, ながれ, 40 (2021), pp.38-45.
- 深川宏樹：陽解法を用いた軸受の流体構造連成解析 スパコンニュース, 2018/8.

ホームページ：https://deepflow.co.jp/