jh240031

**課題代表 松本安弘**（**東京工業大学 学術国際情報センター**）
副代表 飯盛浩司（慶應義塾大学 理工学部 システムデザイン工学科）
副代表 松島　慶（東京大学 総合研究機構 戦略研究部門）

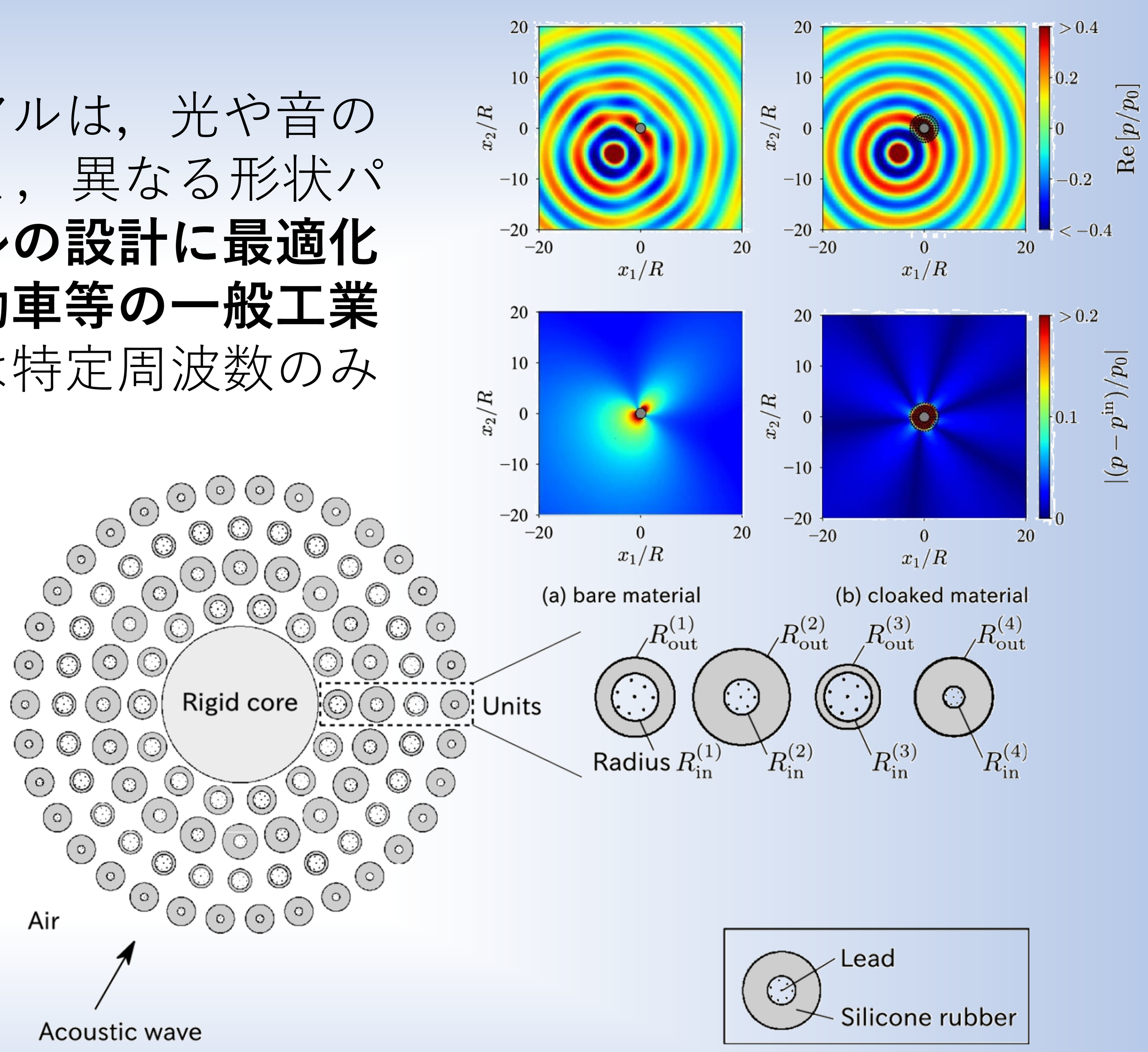
# 波動散乱場の周波数応答の高速掃引法の開発とメタマテリアルデバイス設計への応用

## 研究背景と目的

負の屈折率等の興味深い物性の応用が期待される人工材料であるメタマテリアルは，光や音の波長以下の大きさの微細構造を特徴とする．その微細構造1つ1つは同一ではなく，異なる形状パラメータを持つため，人による設計には限界がある．**したがってメタマテリアルの設計に最適化理論を援用する最適設計（逆設計）が注目されているが、これには飛行機や自動車等の一般工業製品以上の規模の自由度の数値計算が要求される．**またメタマテリアルの特性は特定周波数のみではなく，広帯域に発揮されることが望ましい．

それを目指した広帯域な設計最適化では，設計周波数帯域における高解像な掃引解（例えば音圧）を評価するため多くの解析回数を必要とする．また，メタマテリアルの共鳴特性を明らかにするためには非線形固有値解析が必要となり，同様に計算コストが問題となる．**この自由度の大きさと必要な解析回数の多さにより，メタマテリアル設計最適化問題は現代のスパコンをもってしても簡単に扱える問題ではない．**

本研究ではこの問題解決のため，必要な解析回数の削減と自由度の低減との2つの側面からアプローチする．境界要素法に対する高速直接解法を光や音の波動解析に用いることで，**既存手法をはるかに上回る効率で所望の周波数帯域にわたっての解を計算する手法を提案し，実デバイス規模のメタマテリアル設計最適化計算を実現可能とすることを目指す．**




メタマテリアルデバイス例：
全方位クローキングデバイスによる音響散乱場
Matsushima et al, Sci. Rep., 2022

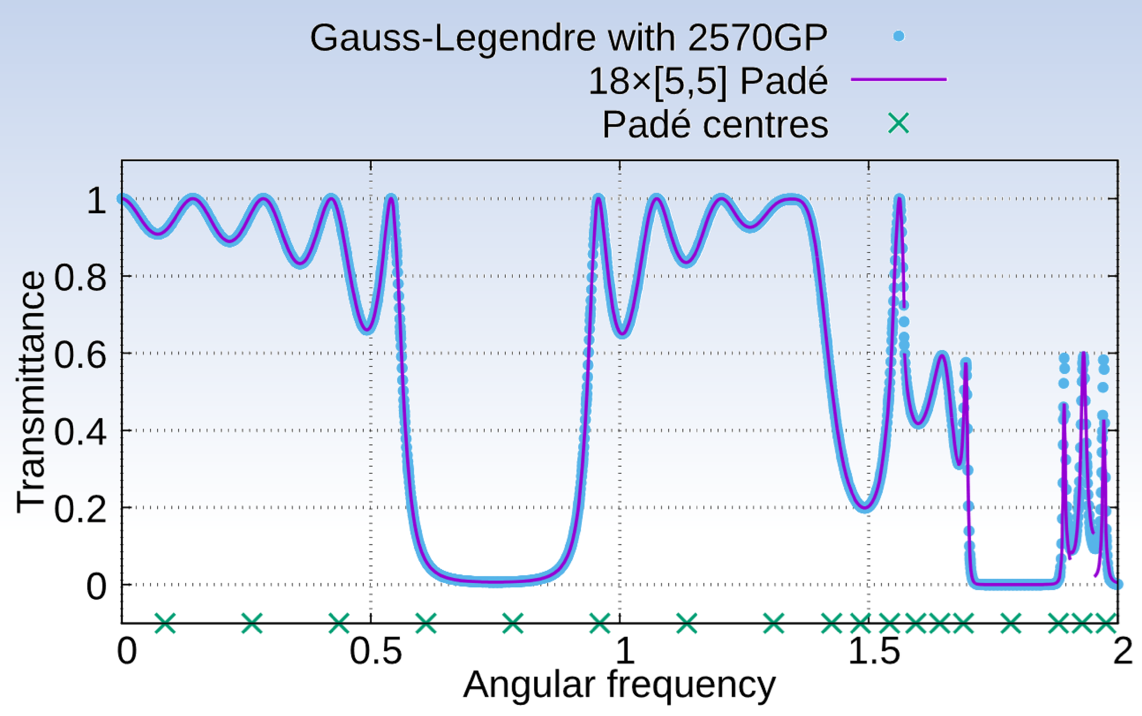
## 開発する計算手法の要点と成果の一例

### A：必要な解析回数の削減

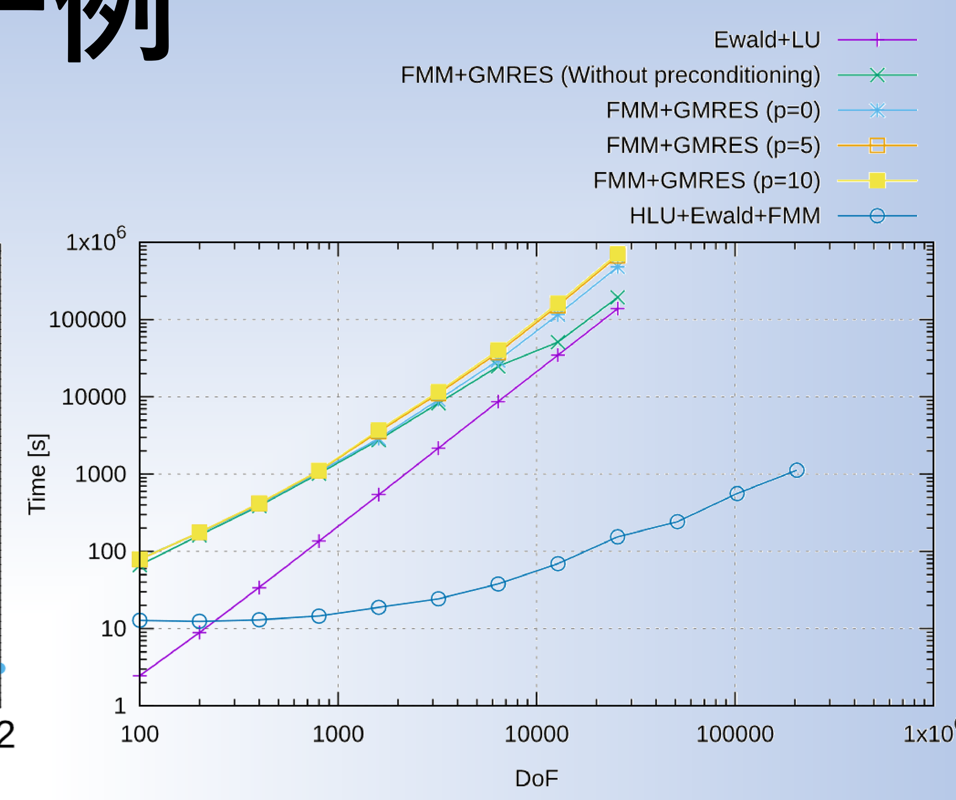
解の高階周波数微分の活用により周波数応答掃引を高速評価

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}I + W^{(0)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \binom{1}{0}W^{(1)} & \frac{1}{2}I + W^{(0)} & 0 & \cdots & 0 \\ \binom{2}{0}W^{(2)} & \binom{2}{1}W^{(1)} & \frac{1}{2}I + W^{(0)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \binom{n}{0}W^{(n)} & \binom{n}{1}W^{(n-1)} & \binom{n}{2}W^{(n-2)} & \cdots & \frac{1}{2}I + W^{(0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(0)} \\ u^{(1)} \\ u^{(2)} \\ \vdots \\ u^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{\mathrm{in}}^{(0)} + \alpha q_{\mathrm{in}}^{(0)} \\ u_{\mathrm{in}}^{(1)} + \alpha q_{\mathrm{in}}^{(1)} \\ u_{\mathrm{in}}^{(2)} + \alpha q_{\mathrm{in}}^{(2)} \\ \vdots \\ u_{\mathrm{in}}^{(n)} + \alpha q_{\mathrm{in}}^{(n)} \end{pmatrix}$$

解の高階（角）周波数微分を用いた手法の概要




評価が必要な周波数の数を圧倒的に低減




直接解法（H-LU）の適用の有効性

Honshuku and Isakari, JCP, 2024

### B：O(N)型高速直接解法の開発

Aの計算で必要となる，右辺のみが異なり同一係数行列を持つ線型方程式へ，

- 並列化効率
- 計算量オーダー

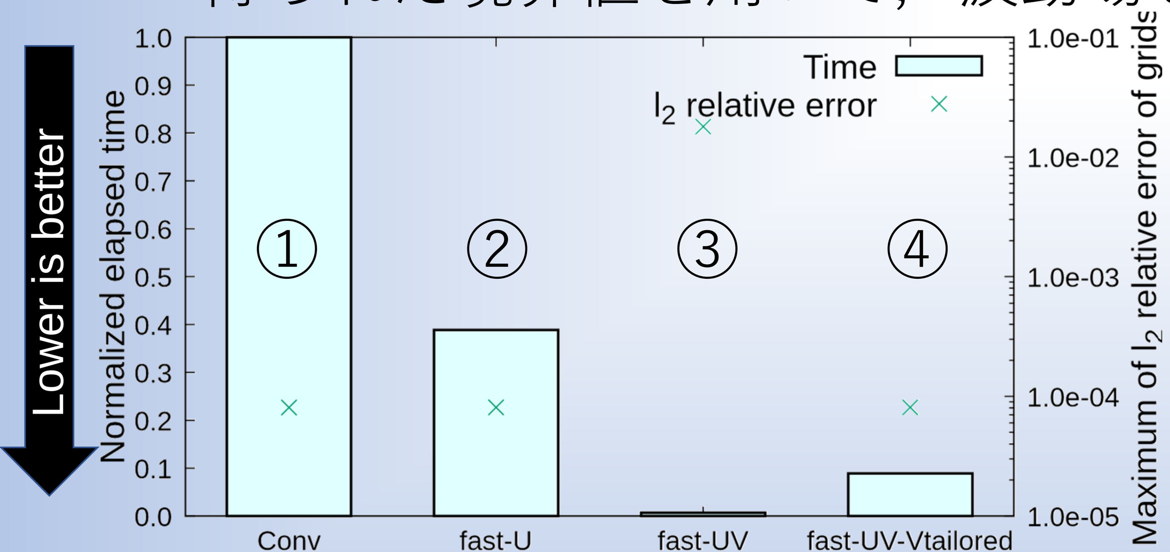
の双方に優れた高速直接解法を応用

| | O(N)型 | H-LU |
|---|---|---|
| 並列化効率 | ○ | △ |
| 計算回数オーダー | O(N) | O(N (log N)$^2$) |

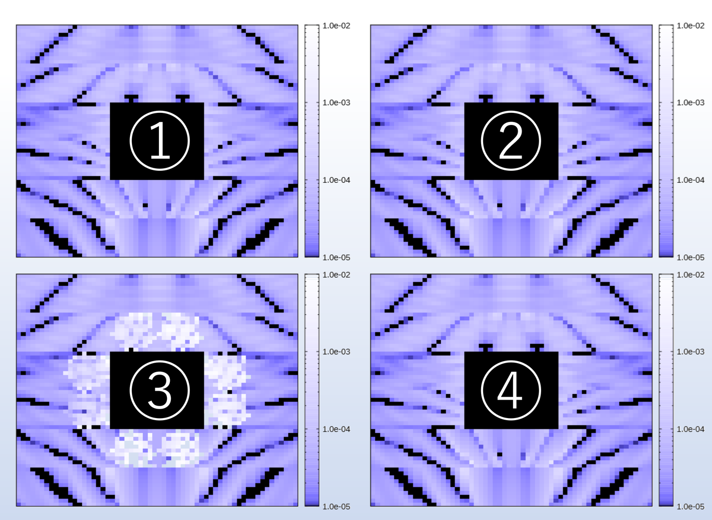
O(N)型：主にMartinsson-Rokhlinの解法とその発展型を検討中

### C：波動場の高速評価

得られた境界値を用いて，波動場を高速に構成




速度と精度
④は精度を保ちつつ高速化
③は精度は数%オーダーだが非常に高速




波動場の評価結果
③の素朴な高速化法は精度が悪化
④は黒領域周辺でも精度を維持

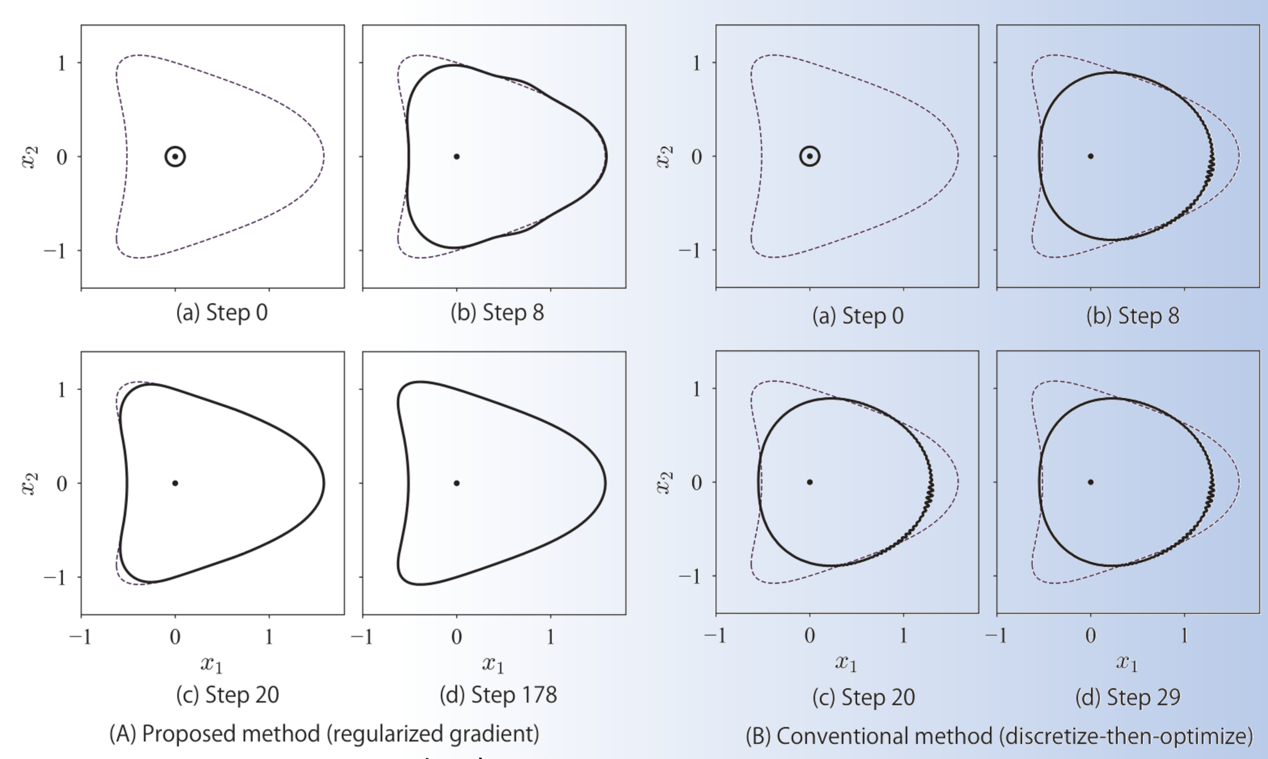
Matsumoto, JSIAM Letters, 2024

### D：設計最適化理論における形状感度の正則化

従来の離散化後に最適化理論を適用する手順を覆し，関数解析の手法を活用して最適化理論を離散化前に適用

左：提案手法
目的形状に収束

右：既存手法
目的形状に収束せず，かつ境界も振動




松島, 山田, Jascome, 2023

### E：自由度の低減

指数オーダー収束の高次離散化・数値積分手法
（Kressの選点法）

$$\text{Find } \varphi_r^h \in V_h \text{ such that } \left[\left(\frac{1}{2}I - K_r\right)\varphi_r^h\right](t_i) = g_r(t_i)$$

$$\varphi_r^h(t) = \sum_{j=0}^{2N-1} \Phi_j^r L_j(t) \quad L_j(t) = \frac{1}{2N}\left[1 + \cos N(t - t_j) + 2\sum_{l=1}^{N-1} \cos l(t - t_j)\right]$$