

jh150006-NA05

コデザインアプローチによる高性能電磁場解析基盤の確立

岩下 武史（北海道大学）

概要 本研究では、計算機科学研究者と電磁場解析分野の研究者の協働により、次世代の電磁場解析の基盤となる技術の確立を目指した研究活動を行った。具体的には、課題 1：電動モータを対象とした電磁場解析、課題 2：マイクロマグネティクス計算、課題 3：複数電磁場解析実行フレームワークの 3 つを主な研究対象とした。課題 1 については、多相化した TP-EEC 法と並列処理を組み合わせた高速化技術を確立し、その有効性を示した。また、有限要素解析において必要となる線形ソルバの高速化について、電磁場解析向けの新しい前処理手法の理論的解明を進めた。課題 2 については、H 行列法と呼ばれる行列近似手法をマイクロマグネティクス計算に導入することを行った。課題 3 については、フレームワークの基盤となるジョブ並列スクリプト言語 Xcyrpt を北海道大学情報基盤センターの Hitachi SR16000 に移植し、その概念設計を実施した。

1. 共同研究に関する情報

(1) 共同研究を実施した拠点名

北海道大学，京都大学

(2) 共同研究分野

- 超大規模数値計算系応用分野
- 超大規模データ処理系応用分野
- 超大容量ネットワーク技術分野
- 超大規模情報システム関連研究分野

(3) 参加研究者の役割分担

岩下武史 北海道大学情報基盤センター
－研究統括，高性能計算に関する助言
美船健 京都大学大学院工学研究科
－アルゴリズム開発
高橋康人 同志社大学理工学部
－電磁場解析プログラム開発
平石拓 京都大学学術情報メディアセンター
－複数電磁場解析システム開発

2. 研究の目的と意義

電磁場解析は様々な電気機器，電子デバイスの設計や評価に広く用いられ，実用上の設計作業では欠くことのできないものとなっている。近年，省エネルギー性能等の機器性能に関する要求は高まる一方であり，機器設計の基盤である電磁場解

析に対する性能向上の要求も極めて大きい状況にある。また解析の精度面においても，機器の効率に大きな影響を与える鉄心材料の高精度なモデリング手法が求められている。その他にも実用設計の現場では，設計の初期段階において，多数の小・中規模モデル（数万～百万自由度程度）をなるべく短時間に解きたいという要望がある。こうした技術的要請に応えるために，本研究では主に以下の 3 つの研究課題を掲げ，その実現を研究目的とする。

研究課題 1 電動モータを対象とした非線形電磁場解析の高速化

研究課題 2 マイクロマグネティクスに基づく高精度な鉄損評価法の確立

研究課題 3 並列計算機上における複数電磁場解析の効率的な実行法の確立

これらの研究課題に対し，計算機科学研究者と電磁場解析分野の研究者の協働により，高性能計算（HPC）技術と解法技術の両面からその解決に取り組んでいく。

3. 当拠点公募型共同研究として実施した意義

本研究の申請段階において，我々は次世代の高性能電磁場解析基盤の確立を目的とした場合，単に電磁場解析プログラムの開発者が既存のライブラリや解法を組み合わせ，さらに並列化するとい

った従来型のアプローチでは不十分であるとの考えを持っていた。即ち、次世代の電磁場解析手法の確立には、最新の解法や実装方法と応用分野固有の知識の相互活用が必須であり、計算機科学者と計算科学者の協働が不可欠との認識を持っていた。

本研究を当拠点公募型共同研究として実施した結果、上記の申請時に想定していた計算機科学者と計算科学者の協働が円滑に行われ、研究推進上の大きな意義があった。例えば、電動モータの解析では、TP-EEC 法という新しい電磁場解析手法と並列処理に関する知見を組み合わせることにより、電磁場解析の高性能化に寄与することができた。また、マイクロマグネティクス解析では、高性能計算分野において開発された分散 H 行列法の電磁場解析分野への導入に成功した。このように、本研究の成果の多くは電磁場解析に関する応用研究者と計算機科学者の共働の結果として産み出されたものであり、当拠点公募型共同研究として実施した意義は大きいと言える。

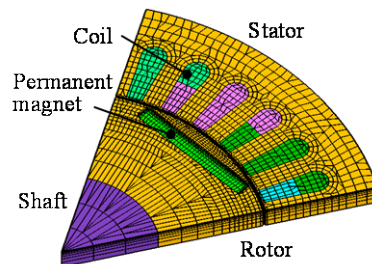
4. 前年度までに得られた研究成果の概要

該当なし

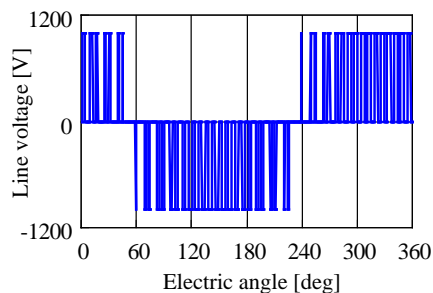
5. 今年度の研究成果の詳細

① 電動モータ解析の高速化（研究課題 1）

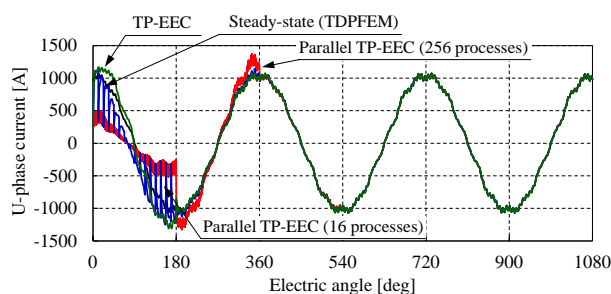
本研究では、時間分割型の並列有限要素法として並列化 TP-EEC 法を開発した。あらゆる時間周期波形は、時間ステップの並べ替え操作により任意の多相交流時間周期性を有する問題に変換できる（上記操作を相変換と呼ぶ）。分担者の高橋らの提案手法では、各プロセス（またはスレッド）にそれぞれ初期値を与え、過渡解析を独立に実行する。相変換により多相交流時間周期問題と解釈することで、各プロセスで独立に得られた過渡解に多相交流 TP-EEC 法を適用し、収束の遅い誤差成分やプロセス間に生じる誤差を抽出し、補正する。この補正を繰り返すことで、最終的に定常解を算出することができる。



(a) Mesh



(b) Voltage waveform



(c) U-phase current waveform

図 1 PWM インバータ駆動 IPM モータの解析結果

図 1 に示す IPM モータを対象に非線形渦電流解析を行い、実機解析における有効性を検証した。図 1(c)に、U 相電流波形を示す。各プロセスで独立に過渡解析を実行しているため初期ステップでは誤差が大きいが、並列化 TP-EEC 法による補正を繰り返すことで最終的に定常状態が得られていることが確認できる。

表 1 に、並列化 TP-EEC 法、従来提案されていた時間分割型並列有限要素法である並列化 TPFEM、および定常解高速求解法である（逐次）TP-EEC 法を用いた過渡解析において 1 周期の定常解を得るまでに要した計算時間を示す。なお、妥当な計算時間の比較を行うために、まず TPFEM について定められた相対残差以下の精度が得られるまで解析を行い、得られた解析結果か

表 1 PWM インバータ駆動 IPM モータの計算時間

		Calculation time [s]	
Number of time steps in one period	Number of processes	Parallel TPEEC	Parallel TPFEM
1024	16	2492.3	11736.1
	32	1871.2	5937.7
	64	1523.7	2970.9
	128	1714.2	1500.5
	256	2446.9	753.4
	TP-EEC (sequential)	19915.7	
2048	256	2802.9	2484.3
4096	256	2998.3	8273.2

らトルクを算出した。その後、TP-EEC 法（逐次／並列）による計算では、トルクをあるタイムステップ間隔で算出し、この値が TPFEM におけるトルク値と十分な精度で一致するまで時間発展の計算を行った。

使用計算機は北海道大学のスーパーコンピュータ Hitachi SR16000 であり、Flat-MPI 方式で 1 コアに 1 プロセスを割り当てて数値実験を行った。表 1 に示す通り、並列化 TPFEM は高並列計算環境下において優れた台数効果を示し、256 プロセス使用時に最も高速な計算が実行可能である。一方、並列化 TP-EEC 法の場合、64 プロセス使用時間が最速であり、並列化 TPFEM において 128 プロセスを使用した場合と同等の性能を示している。

また比較のために、1 周期を 2048 分割および 4096 分割した場合の過渡解析も実行した。表 1 に、256 プロセス使用時の計算時間を示す。分割数が増加するにつれて、並列化 TPFEM の計算時間は急激に増加するのに対し、並列化 TP-EEC 法の計算時間は緩やかに増加しており、1 周期あたり 4096 ステップの場合、並列化 TP-EEC 法の方が並列化 TPFEM と比べ 2 倍以上高速な解析を実現している。本現象は以下のように説明できる。

並列 TP-EEC 法は、各プロセスで独立に実行する過渡解析と多相交流 TP-EEC 法によるプロセス間の誤差の補正の 2 つの計算部分から成り立っている。前者の計算量は各プロセスに割り当てられた時間ステップ数に比例するのに対し、後者の計算量は 1 周期あたりの時間ステップ数には無関係で、使用プロセスの総数に比例する。本解析の場合、1 周期あたりの時間ステップ数を 1024、プロ

セス数を 256 とした解析において、誤差の補正に関する計算が全体の計算時間において支配的となっていた。そのため、1 周期あたりの時間ステップ数を 2048 や 4096 に増加させた場合、過渡解析に要する計算時間は増大するものの総計算時間はそれほど大きく増加しない結果となった。従って、1 周期あたりの時間ステップ数を 4096 とした解析のようにプロセス数に対して時間ステップ数が相対的に大きい場合、並列化 TP-EEC 法の使用がより有効となると考えられる。

② マイクロマグネティックス計算の高性能化 (研究課題 2)

マイクロマグネティックス計算は、強磁性体の磁区構造解析手法として、これまで主に磁気記録の分野で物理現象の解釈やデバイスの設計に用いられてきたが、高精度な磁性材料モデリング手法としてもモータ内の鉄損評価等の様々な応用上の展開が期待されている手法である。

マイクロマグネティックスでは、外部磁界によるエネルギー、磁気モーメント同士の相互作用である反磁界によるエネルギー、隣り合うスピン間の相互作用である交換磁気エネルギー、磁気異方性に起因する磁気異方性エネルギーの総和が極小になるよう磁化の分布を決定する。この時、磁化 \mathbf{M} の歳差運動を表す方程式が、以下の Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式である。

$$(1 + \alpha^2) \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}) - \frac{\alpha \gamma}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}) \quad (1)$$

ここで、 M_s は飽和磁化の大きさ、 \mathbf{H}_{eff} は実効磁界、 α は減衰定数、 γ はジャイロ磁気定数である。実効磁界 \mathbf{H}_{eff} は、外部磁界 \mathbf{H}^E 、反磁界 \mathbf{H}^D 、磁気異方性エネルギーに起因した磁界 \mathbf{H}^K 、および交換磁気エネルギーに起因した磁界 \mathbf{H}^A の和として表される。ここで、反磁界 \mathbf{H}^D は

$$\mathbf{H}^D(\mathbf{r}) = \sum_{l=1}^N \left(\frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V_l} (-\nabla' \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')) \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' + \frac{1}{4\pi\mu_0} \oint_{\partial V_l} \mathbf{M}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{n} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS' \right) \quad (2)$$

の式により求められる。ここで、 V と ∂V は磁化の定義された要素とその境界を表す。磁化ベクトルを要素内で一定とすれば、(2)式右辺第一項は 0 となる。

静磁界相互作用（反磁界）計算ではすべての要素からの寄与を考慮する必要があるため、演算量は要素数 N の 2 乗に比例し、全計算時間の大部分を占める。そこで本研究では、反磁界計算に課題代表者が別のプロジェクト（JST CREST）で開発している分散 H 行列ライブラリ HACApK を導入し、演算量の大幅な削減を試みた。H 行列法は、(2)式の右辺項に見られるような、距離の 2 乗や 3 乗に反比例する相互作用を表現する行列に対して適用可能である。このような場合、互いに遠方にある二つの要素間の相互作用は近接する要素間の相互作用と比べて相対的に小さいため、相互作用の表現行列の一部をよりデータ量の少ない低ランク行列で近似しても、例えば行列ノルムにおいて大きな変化はない。H 行列法では本性質を用いることで、行列の一部を低ランク化し、演算量、メモリ使用量を低減させる。本研究では、マイクロマグネティクス計算において、分散 H 行列ライブラリ HACApK を用いることにより、H 行列法を導入することに成功した。（なお、本導入において最も問題となったのはマイクロマグネティクス計算のプログラムが C 言語ベースであったのに対して HACApK が Fortran ベースであった点であった。HACApK は通常の数値計算ライブラリとは異なり、H 行列生成のために内部でユーザ関数を呼び出す。この場合、メインのマイクロマグネティクス計算からみて $C \rightarrow \text{Fortran} \rightarrow C$ のような形で関数を順次呼び出す必要がある。アプリケーション固有の調整に加えて、このような特性への対応に時間を要した。）

③ 電磁場解析の高速化（新しい前処理手法に関する研究、研究課題 1 に関連）

電動モータの解析では、有限要素解析が用いられることが多いが、その場合、計算時間の大部分は連立一次方程式の求解に費やされる。電磁場解

析分野では、連立一次方程式の求解法（線形ソルバ）として、前処理付き反復法を用いることが通例となっており、特に ICCG（不完全コレスキー分解前処理付き共役勾配）法が事実上の標準解法となっている。しかしながら、ICCG 法を用いた場合、問題サイズの拡大に伴う反復回数の増加は避けられないため、マルチグリッド法等の大規模問題に有効な線形ソルバに関する研究が行われている。このような背景の下で、美舩らが提案した幾何的ブロック対角前処理は、有限要素法を用いた大規模電磁界計算に伴う計算負荷を削減することを目的として開発された計算手法である。以下に、幾何的ブロック対角前処理に関する研究について述べる。

電動モータの解析において標準解法となっている有限要素法によって 3 次元電磁界計算を行う場合、電磁界分布を表現するために用いる形状関数として、辺要素と呼ばれるベクトル関数を使用するのが一般的となっている。辺要素を使用する場合、有限要素法における未知変数は格子分割の各辺に割り当てられる。有限要素法によって電磁界の基礎方程式を離散化することにより、これらの未知数が満たすべき連立一次方程式が導出される。

以下では、有限要素法で使用する計算格子として、直方体のみを用いた規則的な分割を想定する。格子分割を規則的なものに限定する場合、解析対象の形状表現に関する柔軟性が失われるが、一方で、格子作成にかかるコストを劇的に削減できるだけでなく、その規則性を積極的に利用した高速計算手法を使用できる可能性が生じる。近年では規則的な格子分割を用いる有限要素解析の有用性に期待が高まっており、形状表現に関する柔軟性の欠落についてその克服を目的とした研究も広く為されている。

計算格子の各辺が x, y, z 方向のいずれかに平行である場合、有限要素法により導出される連立一次方程式は次の形に表すことができる。

$$\begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで $\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z$ はそれぞれ x, y, z 方向に平行な辺に割り当てられた未知数を成分とするベクトルであり, $\mathbf{b}_x, \mathbf{b}_y, \mathbf{b}_z$ は右辺に関する同様のベクトルである. また K_{xx} などは未知ベクトル, 右辺ベクトルを式(3)の形に表したときの係数行列の部分行列を表している.

式(3)のような連立一次方程式を前処理付き反復法により解く場合, 前処理行列 M が

$$M \approx \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (4)$$

を満たすように M を設計するのが一般的である. これに対して, 幾何的ブロック対角前処理では

$$M = \begin{pmatrix} M_{xx} & O & O \\ O & M_{yy} & O \\ O & O & M_{zz} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} K_{xx} & O & O \\ O & K_{yy} & O \\ O & O & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (5)$$

を満たすように M を設計する. 式(5)中の O は零行列を表す.

現在までに, 3次元電磁界解析の例題について, 式(5)に基づいて IC (Incomplete Cholesky) 分解あるいは代数マルチグリッド法により構成した前処理が, 通常の前処理と比較して優れた性能を示すことを確認している. しかしながら式(5)を用いることの妥当性に関する理論については, 不明な部分が多く検討が十分になされていない. そこで本研究では, 幾何的ブロック対角前処理によって前処理された係数行列の固有値等について検討を進め, その理論的妥当性を明らかにすることを行った.

透磁率が解析領域中で均一な場合, 静磁界解析における式(3)の係数行列の成分は辺要素形状関数 N_i を用いて

$$\begin{aligned} [K]_{ij} &= \int N_i \cdot [\nabla \times (\nabla \times N_j)] dV \\ &= [D]_{ij} + [E]_{ij} \end{aligned} \quad (6)$$

と表される. ただし境界条件に由来する項については省略している. ここで行列 D, E の成分は超関数の意味で

$$[D]_{ij} = - \int N_i \cdot [\nabla^2 N_j] dV \quad (7)$$

$$[E]_{ij} = \int N_i \cdot [\nabla (\nabla \cdot N_j)] dV \quad (8)$$

と与えられ, 行列 D, E と式(3)の係数行列の間には,

$$D = \begin{pmatrix} K_{xx} & O & O \\ O & K_{yy} & O \\ O & O & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$E \approx \begin{pmatrix} O & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & O & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & O \end{pmatrix} \quad (10)$$

の関係が成り立つ.

ここで, 式(3)に対して前処理行列を

$$M = D \quad (11)$$

としたとき, 境界条件に関する適当な仮定の下に式(7), (8)を用いて, 行列 $D^{-1}E$ の条件数 μ が少なくとも

$$\mu = O(\log n) \quad (12)$$

を満たすことを示せることが本研究により明らかとなった. ここで n は係数行列の次元である. これは, 幾何的ブロック対角前処理を用いる反復解法が収束までに要する反復回数が, 少なくとも特別なケースについては問題サイズの増大に対して緩やかにしか増えないことを示している.

④ 複数電磁場解析の高効率化 (研究課題 3)

並列計算機上における複数電磁場解析の効率的な実行法の確立について, これまでに「多数の電磁場解析シミュレーション実行を効率化するフレームワーク」の具体的な要求要件の定義と基本設計およびプロトタイプ実装を行った. また同フレームワークの実装に用いるジョブ並列スクリプト言語 Xcrypt の北海道大学情報基盤センター Hitachi SR16000 環境への移植を行った.

これまでの設計に基づくフレームワークの概念図を図 2 に示す. 実行する電磁場解析プログラムは, 任意のプロセス数・スレッド数で実行可能なようにハイブリッド並列化されており, また, いくつかのチューニング可能な性能パラメータが存在するものとする. そのようなプログラムをスパコンや並列計算サーバ環境で, それぞれ異なる入

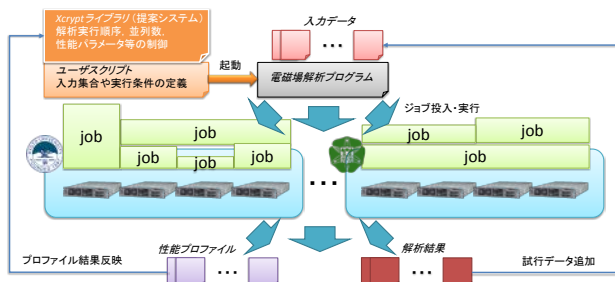


図 2 複数電磁場解析実行フレームワーク

力（解析空間サイズや解析タイムステップ数等）を与えられて多数実行する状況を考え、そのような実行をジョブ並列実行によりなるべく早く終わらせることを要求要件とした。

本要求要件を実現するためには、それぞれのジョブ実行がどれだけの計算資源を割り当てた場合にどの程度の時間で完了するかを予測し、それに基づいて実行順序や各実行の並列数を調整する必要がある。たとえば、1 台の計算ノードが利用可能な環境で強スケール性に限界がある 2 つのシミュレーション実行を行う場合、両者の負荷がほぼ等しければそれぞれに $1/2$ ノードを割り当てて同時に実行開始したほうがよいが、負荷に偏りがあれば 1 ノードを割り当てた実行を順に行ったほうがよいと考えられる。さらに、プログラムの性能パラメータ値や MPI プロセス数、OpenMP スレッド数等を実行環境や入力サイズごとに最適になるように調整する必要もある。

このような調整を適切に行うため、ジョブの実行ごとに性能プロファイルを取得・保存し、その履歴に基づいて後続の実行の所要時間の予測および実行順序や性能パラメータの調整を行うシステムを Xcrypt を用いて開発した。プロトタイプ実装では、与えられたプログラムを様々な入力サイズ、性能パラメータ値、MPI プロセス数、OpenMP スレッド数で実行し、それぞれの実行で得られた性能値をデータベースに保存する機能を実現した。また、その結果を取り出して利用することでプログラムの性能チューニングを行えるようにした。このプロトタイプのシステムを、ハイブリッド並列実行に対応した時空間タイリング付き三次元

FDTD カーネルに適用し、上記のパラメータ値の最適化に利用できることを確認した。

また、Xcrypt は複数のスパコン環境を同時に利用するジョブ並列実行を 1 つのスキプトで容易に記述できる仕組みを提供している。そこで、開発するフレームワークも図 2 のように複数のスパコンの同時利用に対応させることも視野に入れている。

なお、Xcrypt の SR16000 環境への移植については、Xcrypt 自身がジョブ投入コマンドやジョブスクリプトファイルの書式などの環境依存の部分を定義した設定ファイルを作成することにより新たなスパコン環境での実行が可能になる仕組みを提供していたため、基本的にはその方式に従って実装することができた。

6. 今年度の進捗状況と今後の展望

① 電動モータ解析の高速化（研究課題 1）

本研究にて開発した並列 TP-EEC 法をさまざまな電気機器解析に適用し、他の時間分割型並列有限要素法との得失比較や複雑な物理現象を有する実機解析における有用性検証を進めていく予定である。また、現在の磁化状態が過去の遷移状態に依存する磁気ヒステリシス特性を考慮した磁界解析の高速化を目指し、並列 TP-EEC 法のさらなる高度化を検討する。

② マイクロマグネティックス計算の高性能化（研究課題 2）

HACApK を導入したマイクロマグネティックスシミュレーションに対しては、高並列計算環境での性能評価の実施に至らなかったため、数 10~100 ノード程度の並列実験による性能評価を行うとともに、実規模問題への適用とその有用性検証を実施する予定である。

③ 電磁場解析の高速化（新しい前処理手法に関する研究）

幾何的ブロック対角前処理の妥当性について考

察し、収束までの反復回数に関する理論的結果を導出したが、解析領域中の透磁率を均一と仮定する等その適用範囲は限定的である。今後はさらに一般化された理論的結果の導出に取り組む予定である。

④ 複数電磁場解析の高効率化 (研究課題 3)

研究課題 3 については、プロトタイプ実装として、プロファイル情報の取得・保存・取り出し機能や、それをを用いた単一ジョブ実行レベルの最適化は実現したが、ジョブの実行順序や各ジョブに割り当てる計算資源量を制御することによる複数ジョブ実行全体の最適化の実現は今後の課題として残されている。また、本研究における他課題の成果として得られた解析プログラムを用いて、より実践的な複数電磁場解析実行最適化のために本システムを利用し、その有効性の評価を行いたいと考えている。

7. 研究成果リスト

(1) 学術論文

Y. Takahashi, K. Fujiwara, T. Iwashita, H. Nakashima, “Parallel Finite-Element Analysis of Rotating Machines Based on Domain Decomposition Considering Nonconforming Mesh Connection,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 52, no. 3, 7401604 (2016.3)

(2) 国際会議プロシーディングス

(3) 国際会議発表

R. Plasser, Y. Takahashi, G. Koczka, O. Biro, “Comparison of Various Methods for the Finite Element Analysis of Nonlinear 3D periodic Eddy-current Problems,” 20th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2015), PB1-17 (2015.7)

T. Hiraishi, K. Munakata, A. Ida, T. Iwashita, H.

Nakashima, “Dynamic Load Balancing for Parallel Computation of Hierarchical Matrices,” ISC 2015 HPC in Asia Posters, (2015.7)

A. Ida, T. Iwashita, “HACApK: Library for hierarchical matrices with adaptive cross approximation,” the 3rd International Workshops on Advances in Computational Mechanics (IWACOM-III) (2015.10)

(4) 国内会議発表

高橋康人, 美舩健, 藤原耕二: 「非線形磁気特性を考慮した時間調和渦電流解析へのニュートン・ラフソン法の適用に関する一考察」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-15-97/RM-15-135 (2015.9)

高橋康人: 「時間分割型並列有限要素法を用いた回転機の磁界解析」, 電力エネルギーフォーラム第 25 回電磁界数値解析に関するセミナー, pp. 65-79 (2015.12)

高橋康人, 北尾純士, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司: 「並列化 TP-EEC 法を用いたヒステリシス磁界解析の高速化」 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-16-16/RM-16-16 (2016.1)

A. Ida, T. Iwashita, T. Mifune, Y. Takahashi, “Variable Preconditioning of Krylov Subspace Methods for Hierarchical Matrices with Adaptive Cross Approximation,” Annual Meeting on Advanced Computing System and Infrastructure (ACSI2016) (2016.1)

(5) その他 (特許, プレス発表, 著書等)