

格子QCDを用いたhidden-charm pentaquarkの解析 (拠点課題ID: EX20705)

杉浦拓也 (iTHEMS, 理化学研究所)

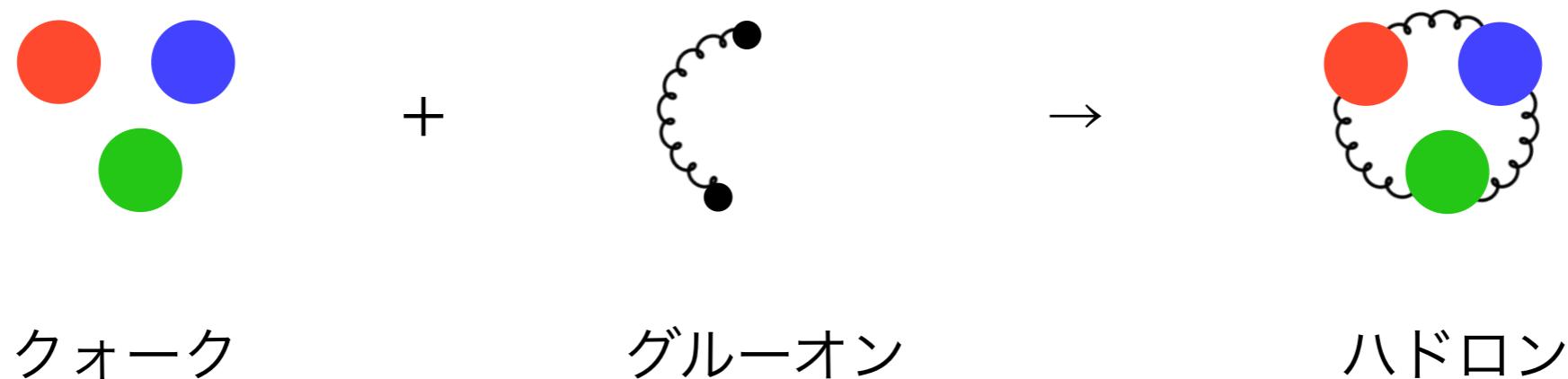
背景

* 自然界には4つの基本的な力がある。

- 強い力 ... 原子核を作る力
- 電磁気力 ... 電場と磁場、クーロン力
- 弱い力 ... 原子の放射性崩壊の原因
- 重力 ... 万有引力

* 強い力はクォークとグルーオンという素粒子を結びつけて陽子や中性子を作ったり、陽子・中性子の間に引力を発生させて原子核を作る。

* クォークとグルーオンが強い力で結びついた粒子を一般にハドロンと呼ぶ。身の回りで見られるのは陽子と中性子だが、加速器実験では約350種類に及ぶ多様なハドロンが見つかっている。



背景

* 強い力は以下の式(ラグランジアン)によって定式化される。

この理論を量子色力学(Quantum ChromoDynamics; **QCD**)と呼ぶ。

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4g^2} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

* 原理的には、ここから任意のハドロンの性質(質量・寿命など)が計算できる。

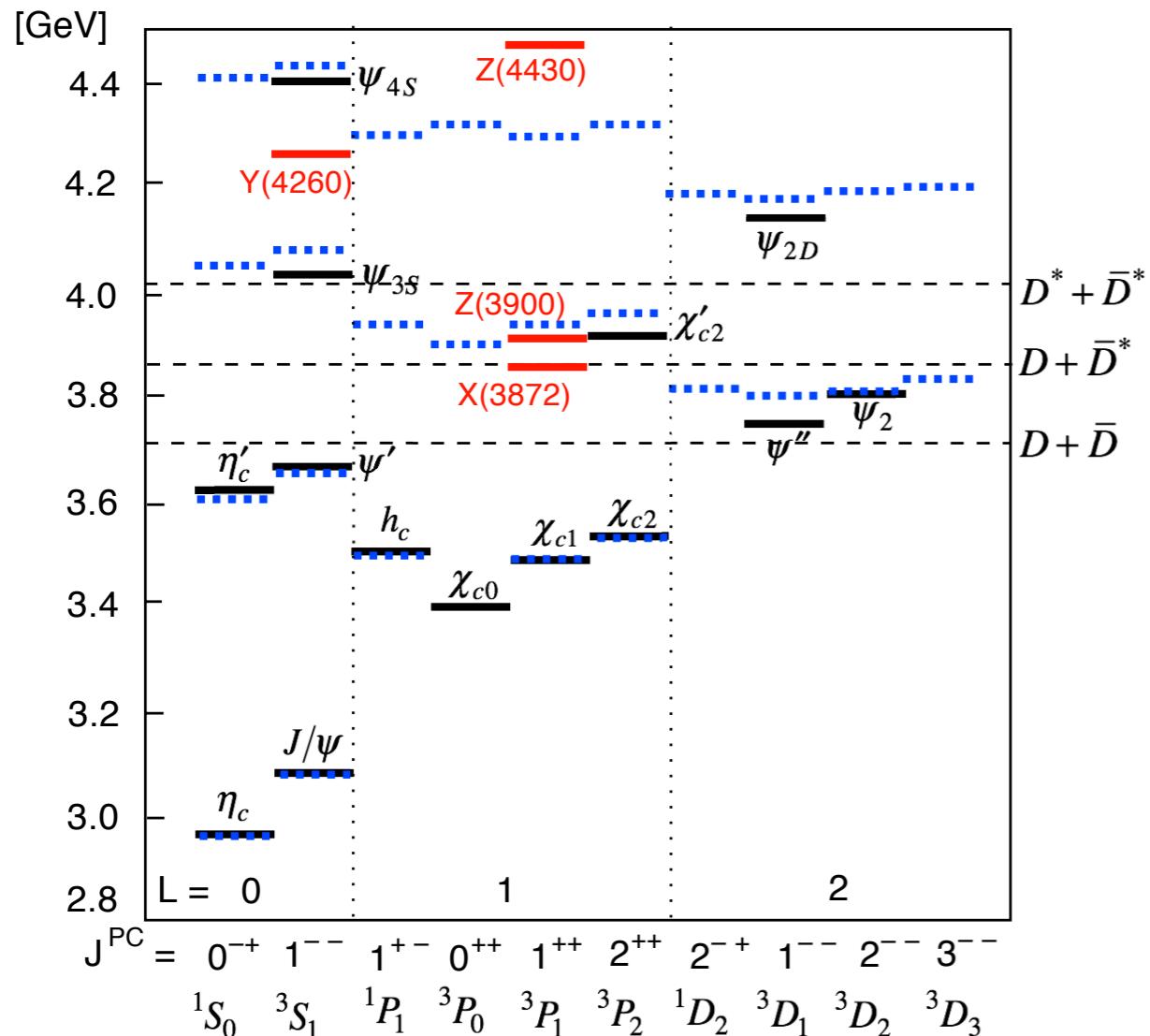
しかし実際には低エネルギー領域で摂動計算が破綻するという問題があり、解析的にQCDを解くことはできない。

* QCDを第一原理的に解くことのできる唯一の手法は、格子上でQCDを数値的に解く**格子QCD**である。計算手法の発展や計算機性能の向上により、現在では基底状態のハドロンの質量は実験データを精密に(誤差~0.1%で)再現するなど、大きな成功を収めている。

背景

* 格子QCD、およびそれと両輪をなす現象論的アプローチにより多くのハドロンの性質が明らかになり、一時はハドロンの全てが理解される日もそう遠くないと思われた。しかしそこに現れたのがエキゾチックハドロンと呼ばれる従来のハドロン理論では全く予想できない性質を持つ粒子たちであった。

[A.Hosaka et al., PTEP 2016, 062C01](#)

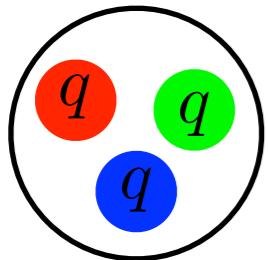


左図はある種のハドロンのスピン(横軸)と質量(縦軸)を表している。
青点線：現象論モデルの計算
黒線：実験データのうち理論と合うもの
赤線：実験データのうち理論で説明できないもの
(エキゾチックハドロン)

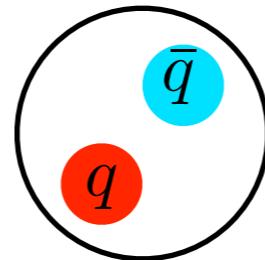
背景

* エキゾチックハドロンの解釈は以下である。

従来の現象論では、ハドロンをクォークの3体系(バリオン)あるいはクォークと反クォークの2体系(メソン)と考えるのが主であった。

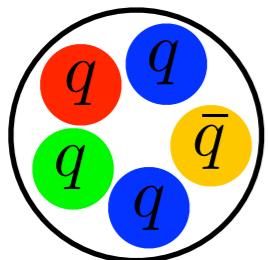


バリオン
(陽子、 中性子など)

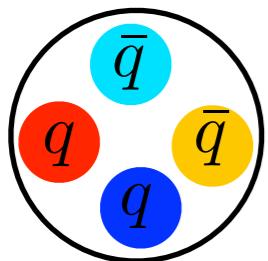


メソン
(パイ中間子など)

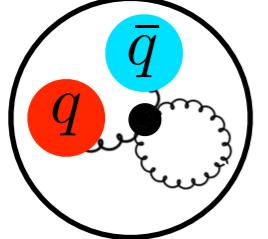
これらはクォークの持つ強い相互作用の電荷(カラー)が全体で0になるために必要な最小単位である。しかし、QCDは以下のようなものも禁止してはいない：



ペンタクォーク
"普通の"バリオン+クォーク・反クォーク対



テトラクォーク
"普通の"メソン+クォーク・反クォーク対



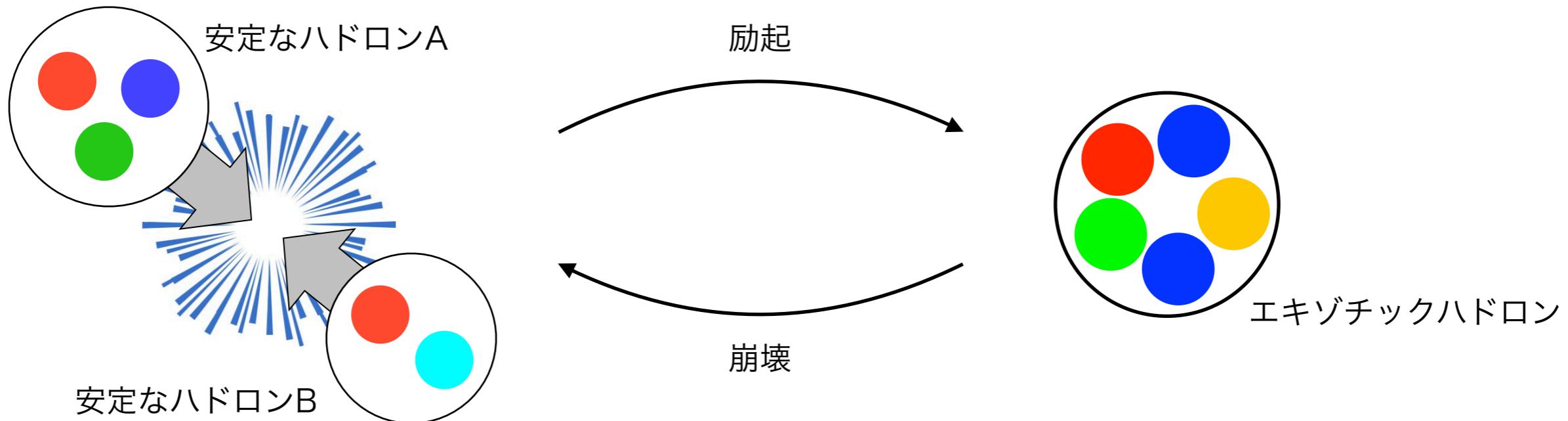
ハイブリット
"普通の"メソン+グルーオン励起



→ エキゾチックハドロン？

背景

* エキゾチックハドロンの多くは励起状態であり、時間が経つと安定な基底状態のハドロンに崩壊する。よってエキゾチックハドロンを研究するには、安定なハドロンの間の散乱問題を考える必要がある。

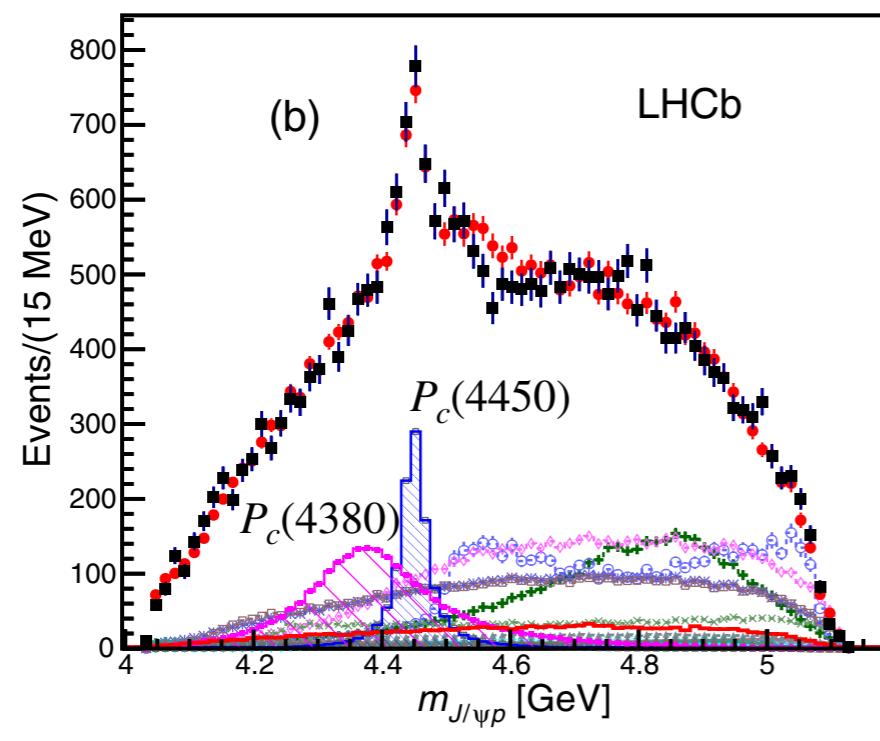


* 上のプロセスを計算するためには、安定なハドロン2つの間の相互作用を知らなければならない。しかし相互作用に関する実験データは数が少なく、現象論モデルには大きな不定性が伴う。そこで、格子QCDを用いてハドロン間相互作用を計算し、エキゾチックハドロンの性質を調べることが重要になる。

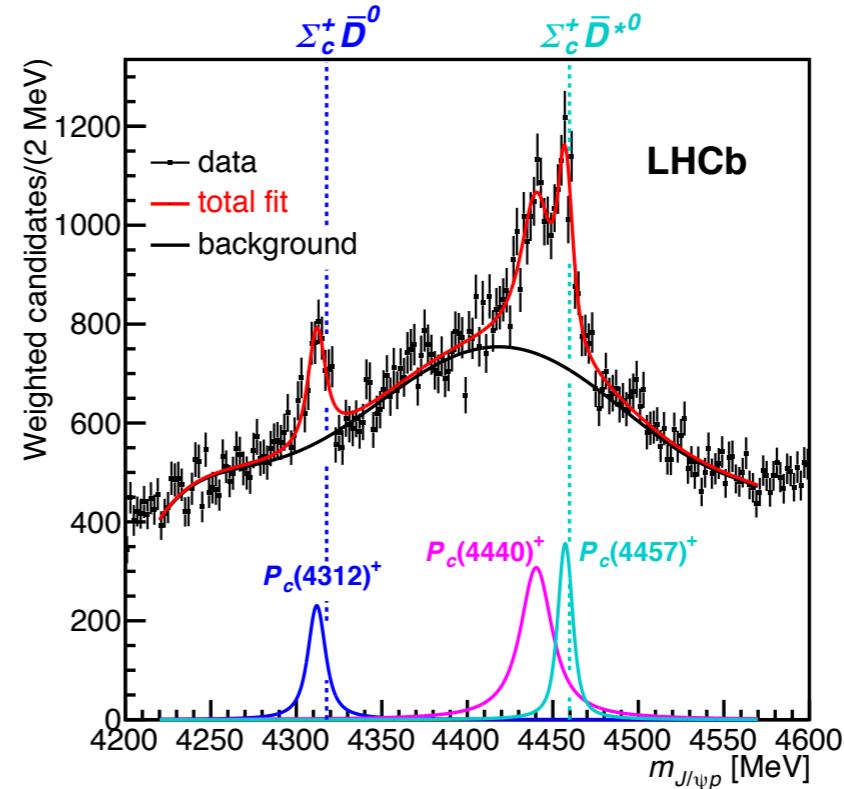
目的

* 本研究では、エキゾチックハドロンの中でもhidden-charm pentaquark P_c^+ と呼ばれる粒子を対象とする。これは2015年にLHCで発見され、4つのクォーク $uudc$ と反クォーク \bar{c} からなるペンタクォーク状態と考えられている。

Aaij et al., PRL115, 072001 (2015).



Aaij et al., PRL122, 222001 (2019).



* c (チャーム)クォークを含むハドロン間相互作用の実験データは非常に限られており、前述の理由により格子QCD計算が必要である。また、この計算はQCDのファンデルワールス力と呼ばれる理論的に面白い対象を含んでいる点も重要である。

目的

* スピン3/2・負parityを持つ P_c^+ に関連した状態として、下の図にある4組の2体ハドロン系(チャンネル)を考え、これらのチャンネル結合ポテンシャルを計算する。

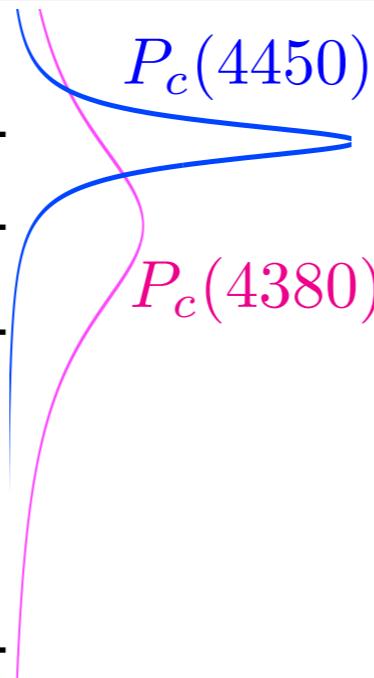
チャンネル4:
チャンネル3:
チャンネル2:

$$\Sigma_c + \bar{D}^* \frac{4460\text{MeV}}{4382\text{MeV}}$$

$$\Sigma_c^* + \bar{D} \frac{4382\text{MeV}}{4293\text{MeV}}$$

$$\Lambda_c + \bar{D}^* \frac{4293\text{MeV}}{4035\text{MeV}}$$

$$\text{チャンネル1: } N + J/\psi \frac{4035\text{MeV}}{4035\text{MeV}}$$



Σ_c, \bar{D} などは各安定なハドロンの名前。
縦軸は2つのハドロンの質量の和(閾値)。
散乱エネルギーが閾値を超えると、そのチャンネル
が終状態に現れる。

* 散乱エネルギーが十分に高ければ、例えば N と J/ψ をぶつけたら Λ_c と \bar{D}^* が出てくるといったプロセスが可能になる。このことを「始状態がチャンネル1で終状態がチャンネル2」などと表す。

* このようなチャンネル間の遷移(チャンネル結合)を考えると、相互作用は4×4のポテンシャルで表される。

方法

HAL QCD法を使ってハドロン間相互作用を計算する。

基本的な考え方は以下の通り。

* (時間に依存しない)シュレディンガ一方程式を結合チャンネル系に拡張

$$\left(\frac{\nabla^2}{2m} + E \right) \psi(\mathbf{r}) = V(r) \psi(\mathbf{r})$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\nabla^2}{2\mu_1} + E_1 & 0 \\ 0 & \frac{\nabla^2}{2\mu_2} + E_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{r}) \\ \psi_2(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{11}(r) & V_{12}(r) \\ V_{21}(r) & V_{22}(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{r}) \\ \psi_2(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$$

$\psi_i(r)$: チャンネルiに属する2粒子の波動関数

E_i : チャンネルiのエネルギー固有値

$V_{ij}(r)$: チャンネルiからチャンネルjへのポテンシャル

(上の式は2チャンネル結合の場合だが、Nチャンネル結合に拡張可能)

* 格子QCDを使って波動関数 $\psi_i(r)$ とエネルギー固有値 E_i を計算すれば、シュレディンガ一方程式を通してポテンシャル $V_{ij}(r)$ が得られる。

* 実際の計算では波動関数とエネルギー固有値を取り出すのは難しいため、次のページで述べる時間依存型のHAL QCD法と呼ばれる方法を用いる。

方法

時間依存型HAL QCD法 N. Ishii et al., PLB712,437 (2012).

* 以下の量を格子QCDで計算する。

$$R_{ij}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{x}} \langle 0 | A_i(\mathbf{r} + \mathbf{x}, t) B_i(\mathbf{x}, t) \bar{A}_j(0) \bar{B}_j(0) | 0 \rangle \times \exp[(m_{Ai} + m_{Bi})t]$$

A_i, B_i : チャンネルiに属する2つのハドロン(A,Bとする)の演算子

* 計算方法は以下の通り。計算コストの大部分はここの計算。

(1) ラグランジアンに現れる演算子 D_μ の逆行列(の一部)を計算する

離散化した時空上で D_μ は $10^6 \times 10^6$ くらいの大きさの行列。線形方程式を BiCGStab で解く。

(2) 得られた D_μ の線形結合を取る。その際、座標についての畳み込み積分を FFT で行う。

* 得られた $R_{ij}(r, t)$ を使って、前ページのポテンシャル $V_{ij}(r)$ を以下で計算する。

$$\begin{pmatrix} \frac{\nabla^2}{2\mu_1} - \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ 0 & \frac{\nabla^2}{2\mu_2} - \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11}(\mathbf{r}, t) & R_{12}(\mathbf{r}, t) \\ R_{21}(\mathbf{r}, t) & R_{22}(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{11}(r) & V_{12}(r) \\ V_{21}(r) & V_{22}(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11}(\mathbf{r}, t) & R_{12}(\mathbf{r}, t) \\ R_{21}(\mathbf{r}, t) & R_{22}(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}$$

セットアップ

* ゲージ配位: 2+1 flavor configurations by PACS-CS collaboration

[S.Aoki et al., PRD79,034503 \(2009\).](#)

gauge action: Iwasaki gauge

u,d,s quarks : $\mathcal{O}(a)$ improved Clover Wilson action

$a = 0.0907(13) \text{ fm}$ ($\beta = 1.90$)

$L^3 \times T = 32^3 \times 64$, $La \sim 2.9 \text{ fm}$

→ 計算コストの関係上、現実より重いクォーク質量で計算している。

$m_\pi = 700 \text{ MeV}$ ($m_\pi^{\text{exp}} = 140 \text{ MeV}$), $m_N = 1585 \text{ MeV}$ ($m_N^{\text{exp}} = 940 \text{ MeV}$)

* チャームクォーク作用: Relativistic Heavy Quark (RHQ) action

[S. Aoki et al., PTP109,383 \(2003\).](#)

[Y. Namekawa et al., PRD84,074505 \(2011\).](#)

パラメータはNamekawa et al.と同じものを使う。

$c\bar{c}$ の対消滅は無視して計算している。

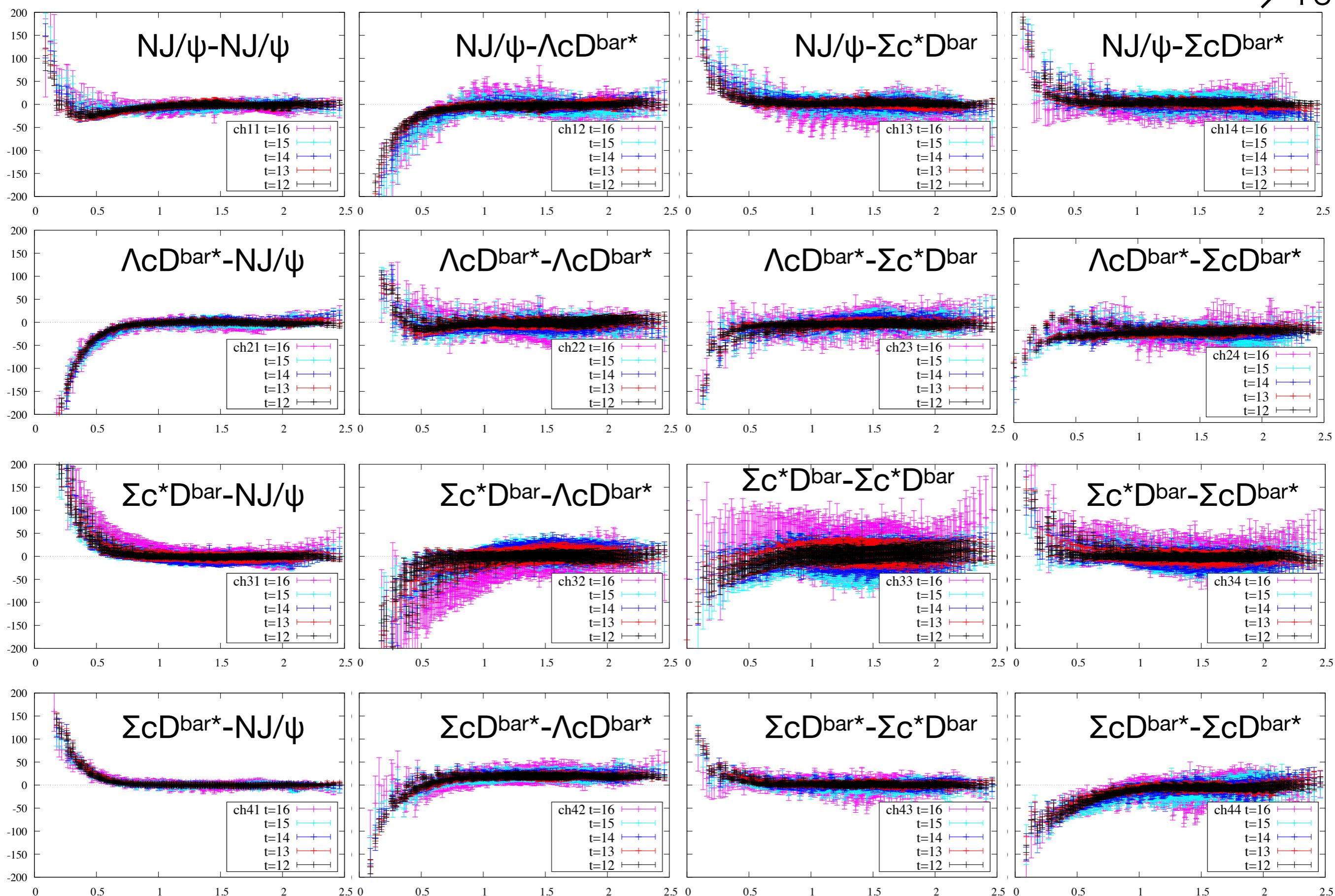
* 統計 : 200 configurations

* 誤差推定 : jackknife法

結果: 結合チャンネルポテンシャル

preliminary

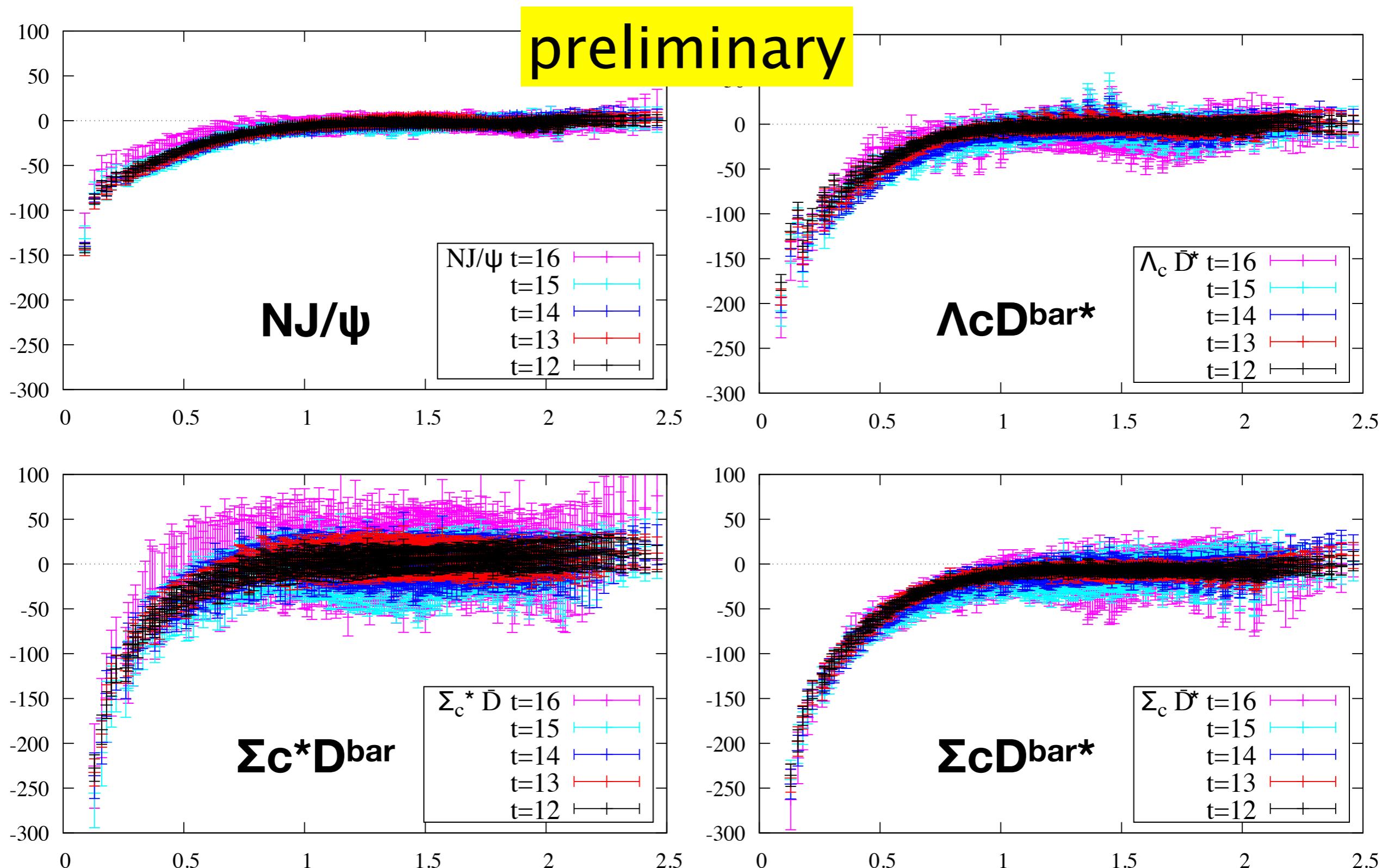
12
/ 16



- * NJ/ψ , $\Lambda_c \bar{D}^*$, $\Sigma_c^* \bar{D}$ の対角成分は斥力か弱い引力だが、 $\Sigma_c \bar{D}^*$ の対角成分に引力がある?
→ (もしそうだとしたら) $\Sigma_c \bar{D}^*$ がゆるく束縛した状態としての P_c^+ ペンタクオークの存在が示唆される
- * NJ/ψ と他のチャンネルの結合は弱いはずだが、 $NJ/\psi - \Lambda_c \bar{D}^*$ 結合ポテンシャルは絶対値が大きい。
- * 本当はポテンシャルを見るのではなく、得られたポテンシャルを使って観測量(S行列要素)を計算しないと明らかなことは言えない。しかし 現時点では統計が足りておらず 続きの解析が困難なので、今年度以降統計を増やして解析する必要がある。
- * 参考までに、チャンネル結合を無視した解析をしてみる。(次ページ)

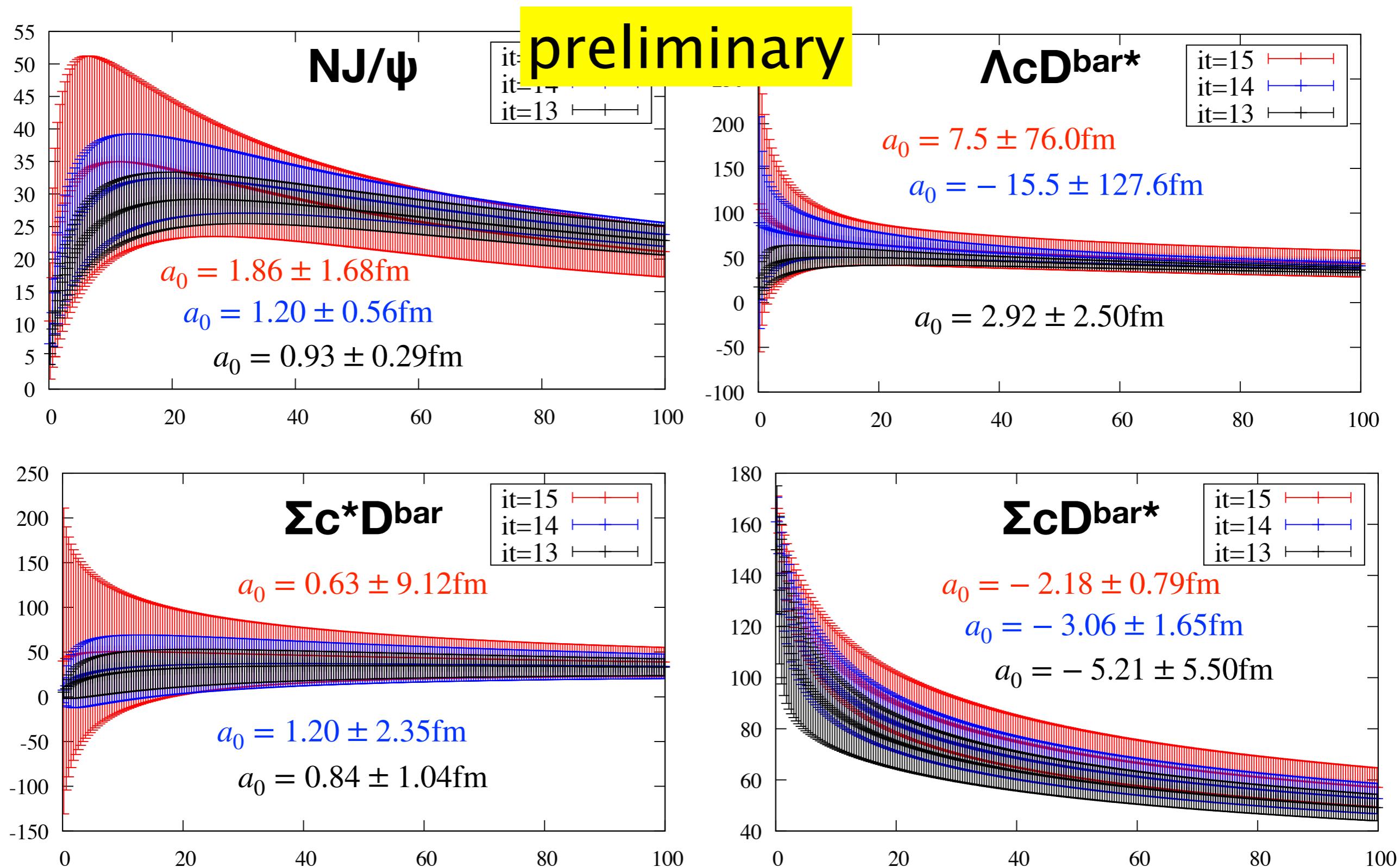
結果: チャンネル結合を無視した場合のポテンシャル

14
/ 16



結果: チャンネル結合を無視した場合の位相差

15
/ 16



このデータからは $\Sigma_c \bar{D}^*$ が(準)束縛するように見える。 $\leftarrow P_c^+ ?$

- * これまでの理論では説明できない奇妙なハドロン、エキゾチックハドロンの存在形態を明らかにするために、格子QCDによる第一原理計算が必要である。
- * 安定なハドロン間の結合チャンネルポテンシャルを通してエキゾチックハドロンの解析を行うことで、実験で得ることが困難な相互作用の情報を知ることができる。
- * 本研究では特に P_c^+ と呼ばれるペンタクォーク(5クォーク状態)を対象とする。現時点では統計数が足りておらずはっきりとしたことが言えないため、今後計算を進めて統計数を増やしていく。
- * また、これまでの計算はクォーク質量が現実よりかなり重いところ(パイオン質量 $700\text{MeV} \leftrightarrow$ 実験値 140MeV)で行った。クォーク質量を小さくすると D_μ の最小固有値が小さくなり計算コストが増すが、実験値との比較のためには小さくすることが重要である。今後パイオン質量 $570\text{MeV}, 410\text{MeV}$ の配位でも計算を進めていく。