

EX18712 (大阪大学推薦課題)

白戸 高志 (大阪大学 レーザー科学研究所)

相対論的Vlasov-Fokker-Planck-Maxwell系に対する電荷・運動量・エネルギー完全保存スキームの開発と実証実験



本研究の概要

- ◆ 離散化レベルで数学公式が満たされるように運動論スキームを再構築
- ◆ 数値実験により完全保存スキームの原理実証に成功
- ◆ 計算コストの削減が今後の課題

プラズマの運動論的シミュレーションとは？

- ◆ 高温・希薄で流体近似の成立しないプラズマの計算に用いられる
- ◆ 決定論的な Vlasov-Maxwell 系と確率的な Fokker-Planck 衝突項から構成される
- ◆ 保存則の誤差が指数関数的に増幅するので、長時間計算は困難であると認識されてきた

相対論的 Vlasov-Maxwell 系

相対論的 Vlasov-Maxwell 系から保存則を導出するには、積の微分法則や微分演算子の交換法則が必要である。これらの数学公式を離散化レベルで満たし、荷電粒子と電磁場の相互作用を自己無撞着に設計することで、全ての保存則を満足する運動論プラズマシミュレーションの原理実証に成功した。

$$\frac{\gamma^{j_1+1, j_2, j_3} - \gamma^{j_1-1, j_2, j_3}}{2\Delta u_x} = \frac{1}{c^2} \frac{u_x^{j_1+1} + u_x^{j_1-1}}{\gamma^{j_1+1, j_2, j_3} + \gamma^{j_1-1, j_2, j_3}}, \quad \gamma = \sqrt{1 + \frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}{c^2}}$$

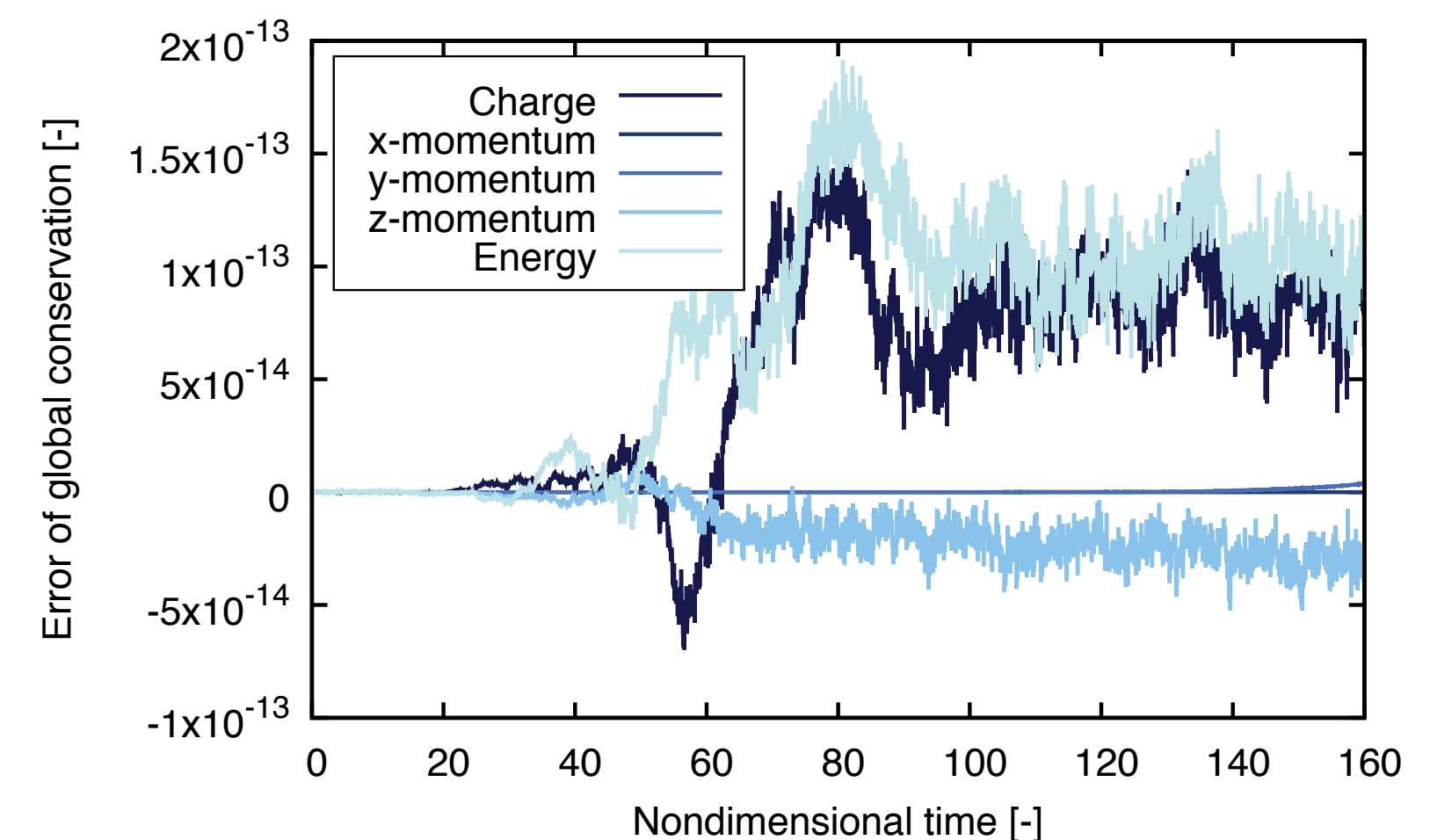


図1: 相対論的 Weibel 不安定性計算時の保存則の誤差。

相対論的 Fokker-Planck 衝突項

相対論的 Fokker-Planck 衝突項から保存則を導出する際にも、部分積分などの数学公式が重要な役割を演じる。加えて、保存則に必要な下に示す関係式が数値エラーによって汚染されるのを防ぐことで、完全保存スキームを開発した。

$$U(\mathbf{u}, \mathbf{u}') = U(\mathbf{u}', \mathbf{u}), \quad U(\mathbf{u}, \mathbf{u}') \cdot (\mathbf{u}/\gamma) = U(\mathbf{u}', \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u}'/\gamma'),$$

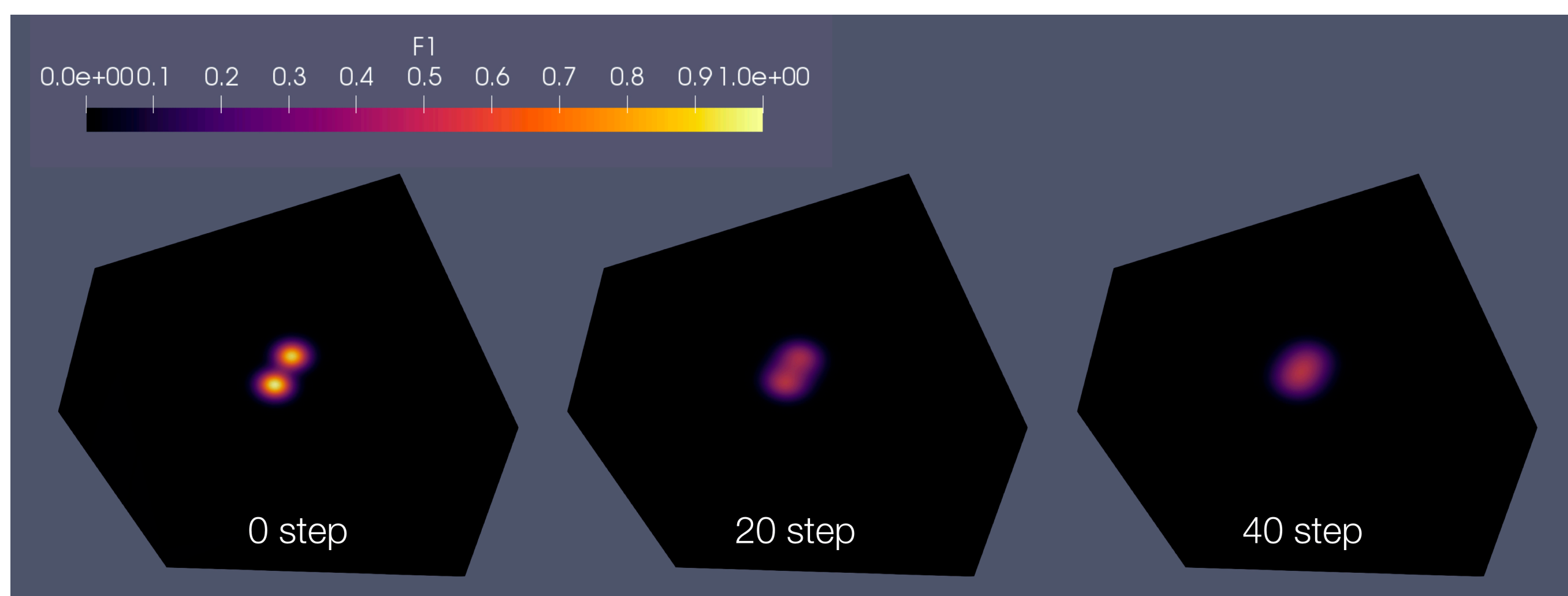


図2: 相対論的熱緩和問題における分布関数の時間発展。初期に異なる平衡状態にあるプラズマが熱緩和している。

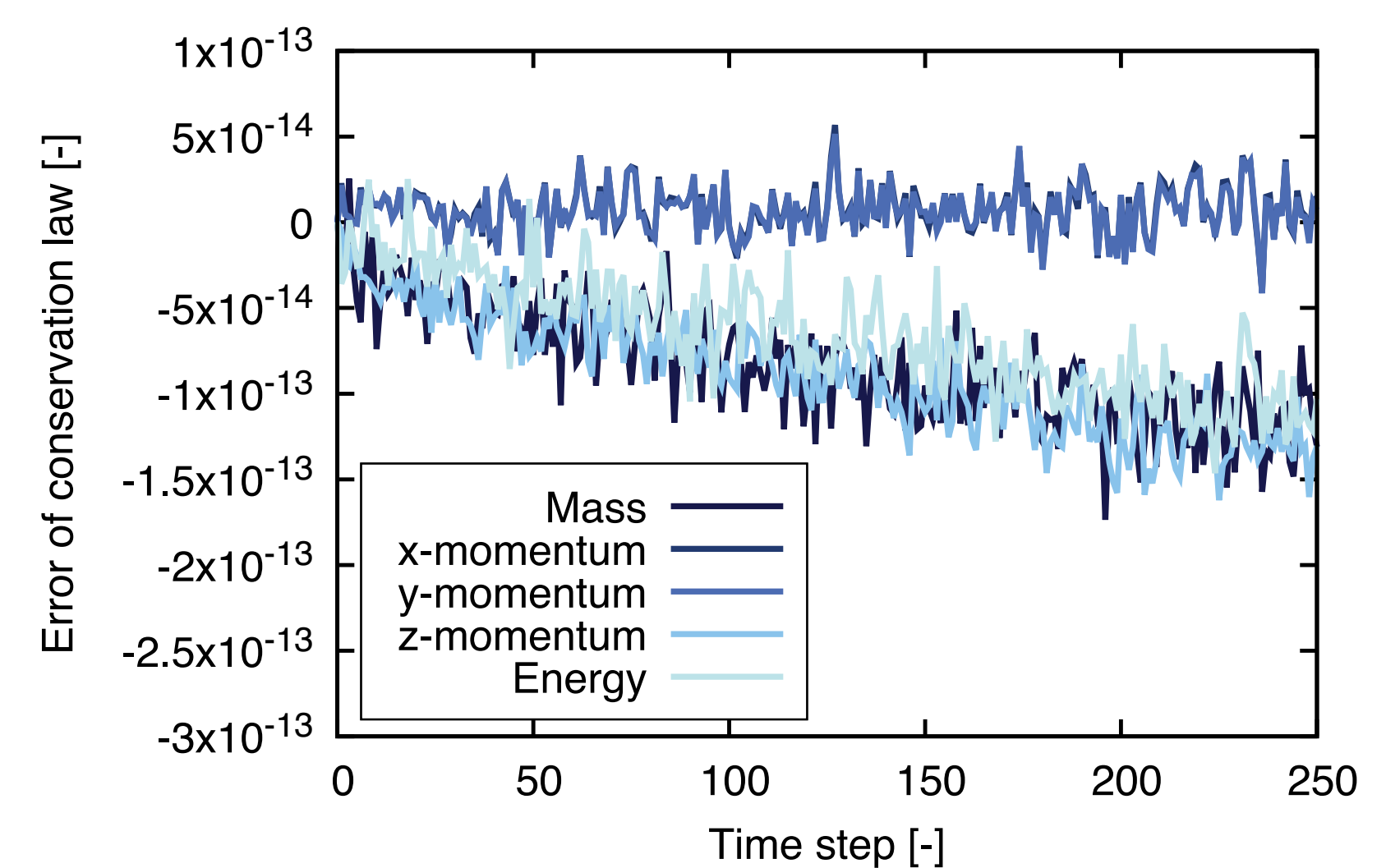


図3: 相対論的熱緩和問題計算時の保存則の誤差。

謝辞

本研究は大阪大学サイバーメディアセンター大規模計算機システム公募型利用制度、ならびに科学研究費助成事業(15K21767, 18H05851)の支援を受けた。