

jh250066

宇宙初期における位相欠陥の一般相対論的シミュレーション

北嶋 直弥（東北大学 学際科学フロンティア研究所）

概要

本研究では、宇宙初期の自発的対称性の破れに伴い形成される、「ドメインウォール」という構造（位相欠陥）について、一般相対性理論に基づくシミュレーションを行い、ブラックホール形成条件を詳細に検証した。特に、局所的な強重力場を効率的に取り入れるため、適合格子細分化法（AMR法）を導入し、ドメインウォールの崩壊によるブラックホール形成過程を安定に解析することに成功した。また、単純な球対称崩壊に加え、非球対称崩壊過程についても解析し、球対称から顕著に逸脱した場合でもブラックホール形成が起こることを世界で初めて数値的に検証した。本研究の結果により、先行研究により理論的に計算されていた、ドメインウォールによるブラックホール形成条件の妥当性が証明され、今後、ドメインウォール形成を予言する初期宇宙シナリオにおいて、ブラックホールの残存量を正確に予言することが可能となる。

1 共同研究に関する情報

1.1 共同研究を実施した拠点名

- 東北大学 サイバーサイエンスセンター

1.2 課題分野

- 大規模計算科学課題分野

1.3 参加研究者の役割分担

北嶋 直弥（東北大学） コード開発（初期宇宙論）・シミュレーションの実行

神田 行宏（東京大学） シミュレーションの実行・データ解析

藤林 翔（東北大学） 数値相対論・ブラックホールの解析

滝沢 寛之（東北大学 サイバーサイエンスセンター） コードの並列化・チューニング、性能解析その他、理論解析・データ解析担当として、

中山和則（東北大学）、寺田隆弘（名古屋大学）、上保みちる（韓国 IBS）が参画。

2 研究の目的と意義

宇宙創成の謎と物質の起源を解明することは自然科学における究極の目的の一つとされている。特に、我々の宇宙は暗黒物質と呼ばれる正体不明の物質で満たされていることが観測によって明らかにされており、その正体を解き明かすことは、初期宇宙の進化の歴史を紐解き、素粒子物理学の究極理論を完成させるために必要不可欠である。この謎の解明に繋がりうる素粒子物理学の理論モデルや、それに基づく初期宇宙進化のモデルがこれまで多く提案されてきたが、正しい理論モデルの選別には、実験や観測による検証が不可欠である。加速器実験に代表される素粒子実験に基づいた直接的検証は

有力な手段であるが、地上実験では到達が難しい、極めて高いエネルギースケールでの理論モデルの検証においては、初期宇宙における進化の痕跡を精密宇宙観測によって捉える間接的検証が有効である。とりわけ、ブラックホール、重力波といった重力的痕跡は、初期宇宙観測の有力なターゲットとなりうる。故に、理論モデルに基づく初期宇宙進化の過程で、これらの重力的痕跡がどのようにして残されるかを高精度で算出することが求められる。

本研究課題では、初期宇宙の重力的痕跡を残しうる理論モデルとして、**位相欠陥**と呼ばれる特異な構造が形成されるシナリオに着目する。特に、位相欠陥の代表例である**ドメインウォール** (図 1)、**宇宙ひも**は、その進化の過程で高強度の重力波を放出することが指摘されており、重力波観測の主要なターゲットとなりうる。膨張宇宙における位相欠陥の進化は一般に非線形かつ非平衡過程であるため、ダイナミクスの解析には数値シミュレーションが必要不可欠である。特に重力の効果を適切に取り入れるためには一般相対性理論に基づく数値解析、すなわち、**数値相対論**が必要であるが、従来のシミュレーションでは、この効果は無視されてきた。本課題では、数値相対論を初期宇宙におけるドメインウォール・宇宙ひものダイナミクスに取り入れ、重力波・ブラックホールの生成量を高精度で算出することを目的とする。特に、ドメインウォール・宇宙ひものネットワークの進化に関する数値相対論的シミュレーションは前例がなく、成功すれば世界初の快挙となる。

3 当拠点公募型研究として実施した意義

本研究は、各々独立に発展を遂げてきた**初期宇宙論**と**数値相対論**の学際研究である。初期宇宙論は宇宙全体の大域的な発展に焦点を当てる

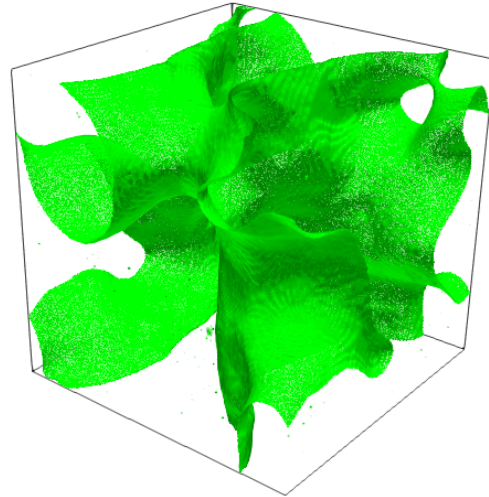


図 1 ドメインウォールのネットワーク

のに対し、数値相対論は、主に個々の天体の重力的進化に適用されてきた。故に、大域的な宇宙スケールにおける数値相対論の適用は極めて挑戦的であり、世界的にも数グループしか行っていないため、本研究を早期に開始することは、当分野を世界的に先導・牽引することにつながる。

また、本研究において、大域的な宇宙をシミュレーションで再現するためには、膨大な格子点数、すなわち、メモリ容量を要し、各格子点上における時空の歪みに関する計算は多くの過程を必要とする。さらに、広いパラメータ領域を走査する必要があり、多くのシミュレーションを実行する必要がある。よって、本研究を進めるにはスーパーコンピュータの利用が前提条件であり、当拠点資源を最大限活用することは、世界的に未踏な領域で最先端の研究成果を生み出すことにつながる。

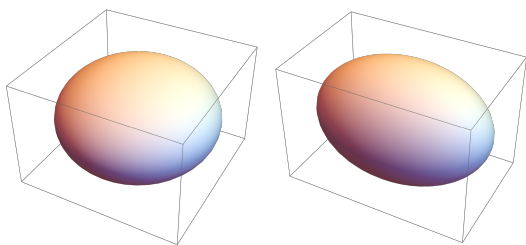


図 2 シミュレーションの初期条件としての閉じたドメインウォールのシェル

4 前年度までに得られた研究成果の概要

5 今年度の研究成果の詳細

本研究では、宇宙初期におけるドメインウォールの進化について、場の理論に基づく 3 次元格子シミュレーションを行った。すなわち、対象とする空間を離散格子に分割し、各々の格子点上で物理量の時間発展を解く方法を採用した。さらに、本研究では、数値相対論の手法を従来の宇宙論的格子シミュレーションに組み込み、物質場（スカラー場）だけではなく、時空の幾何学量もダイナミカルな場の変数として扱う。具体的には、時空の幾何学量のダイナミクスを記述するアインシュタイン方程式とスカラー場の発展を支配する（一般相対論的）クライン・ゴールドン方程式を格子上の各点で解く。

物質場は単一実スカラーを仮定し、ドメインウォール形成が実現する二重井戸型ポテンシャル (Z_2 model) を採用する。ドメインウォールは膜状の構造を持つ、宇宙論的スケールの広がりを持った高エネルギーの物体（図 1）であるが、本研究では、閉じたドメインウォールが自身の表面張力により収縮し、最終的に崩壊する過程に着目するため、初期条件として図 2 のような閉じたドメインウォールのシェルを仮定する。シェルの形として、単純な球対称構造に加

え、図 2 のような楕円体構造を仮定した場合の解析も行った。このようなセットアップ・初期条件の元で、様々なパラメーター（シェル半径、ドメインウォールのエネルギースケール）でシミュレーションを走らせ、ドメインウォールの崩壊に伴い、ブラックホールが形成されるかどうかを検証した [1]。

ブラックホール近傍では、極めて強い重力場が発生するため、高い解像度を必要とする。一方、ブラックホールから遠く離れた領域では、時空はほぼ平坦であり、物質場の局在もないので高い解像度は必要としない。故に本研究では、空間曲率の大きさに従って領域ごとに解像度を変化させる適合格子細分化法（AMR 法）を適用する。各点における空間微分は 4 次精度の差分法を採用し、時間発展は 4 次精度の Runge-Kutta 法を用いる。格子点数 16^3 のブロック単位で (Octree) 領域分割型の AMR を採用し、最大 10 段階の格子細分化を行うことで、ブラックホール形成を正確に追うことができる高精度のシミュレーションが可能となった。

図 3 は球対称な初期条件のもとでドメインウォール崩壊によるブラックホール形成が起こることを示している。ブラックホール形成は Apparent horizon finder という手法で判定しており、これにより右図の中心にブラックホールが形成されていることが判明している。図 4 は非球対称な初期条件（図 2 右）のもとのドメインウォール崩壊のシミュレーションである。このように、球対称からの逸脱が顕著な場合でもブラックホールが形成されることが、本研究のシミュレーションにより明らかとなった。

球対称崩壊を仮定した場合のブラックホール形成条件については、先行研究による理論的解析 [2] がなされていたが、本研究でのシミュ

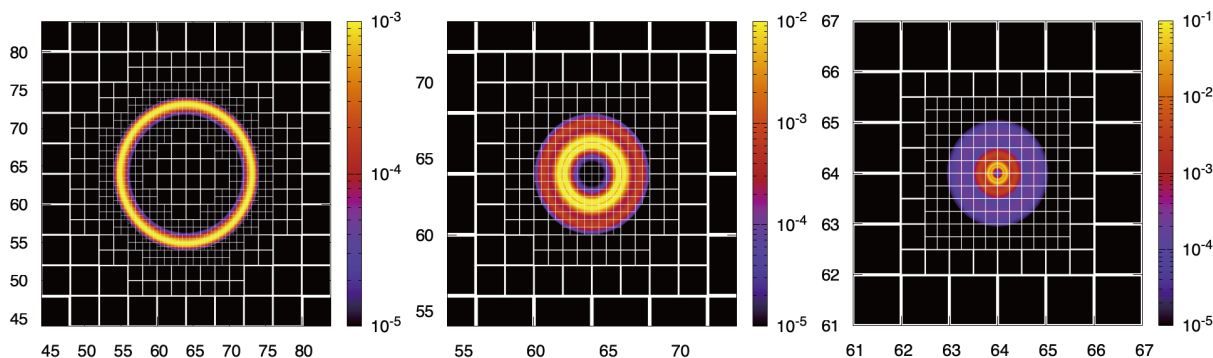


図3 ドメインウォールの球対称崩壊のスナップショット。3次元空間における2次元断面を表しており、色のついている領域はドメインウォールのエネルギー局在を表す。右図の中心にブラックホールが形成されている。

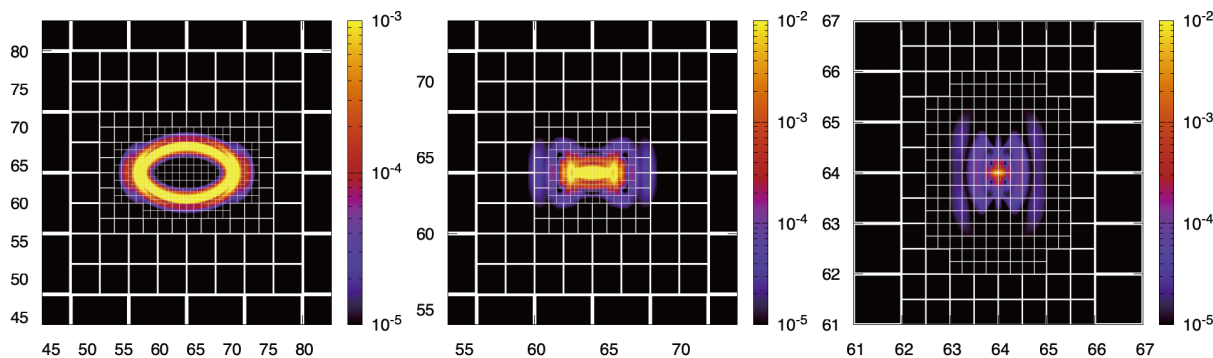


図4 非球対称な初期条件のもとでのドメインウォール崩壊。右図の中心にブラックホールが形成されている。

レーションにより、理論予言を検証することができた。その結果を図5に示す。図はブラックホール形成条件を表しており、図の青丸は、シミュレーションによりブラックホール形成が起こることが明らかになったパラメーターセットである。マゼンタの星印は形成が起こらないパラメーターに対応している。一方、赤の曲線は先行研究による理論予言を表しており、ブラックホール形成が起こる境界となっている。本研

究のシミュレーション結果は先行研究の理論予言をサポートしている（青とマゼンタの境界に理論曲線がある）。同時に、ドメインウォールが持っていた初期エネルギーの80%以上がブラックホールの質量に転換されることを示している。ドメインウォールの非球対称崩壊に関する数値相対論的シミュレーションは世界初であり、球対称の場合においても形成条件の理論予言を数値的に検証したのは世界初である。

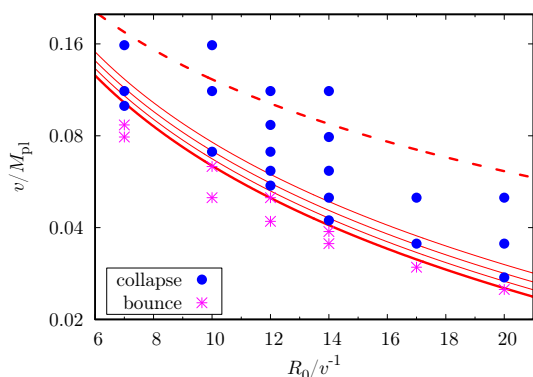


図5 ブラックホール形成条件。青丸/マゼンタの星印はブラックホール形成が起こる/起こらない場合に対応。赤線は理論から予言される曲線。

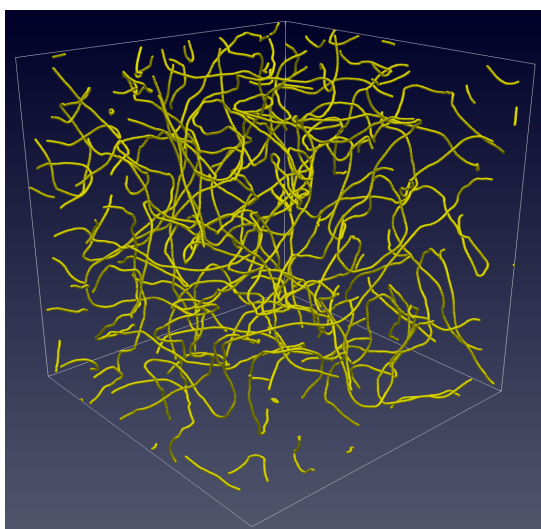


図6 宇宙ひものネットワーク

6 進捗状況の自己評価と今後の展望

申請時には、ドメインウォールと宇宙ひもによるブラックホール形成・重力波生成のシミュレーションを計画していた。前述のように、ドメインウォールによるブラックホール形成のシミュレーションは成功し、論文（査読中）[1]としてまとめることができた。特に、非球対称性を含む、様々なセットアップでのシミュレーションに成功したのは、申請時に設定した目標

以上の成果である。しかし、予想以上にドメインウォールのシミュレーションに力を入れた結果、宇宙ひものシミュレーションを実行することができなかった。宇宙ひもは線状の位相欠陥であり、図6のようなネットワークを形成して進化する。物質場の自由度が増え、複雑度が増す宇宙ひものシミュレーションについては、今後の課題である。特に、宇宙ひものループが収縮・崩壊する過程（図7）でブラックホール形成へ至るかどうか、また、この過程で重力波をどのように放出するかを数値相対論的に解析することを計画している。重力波生成については、これまで理想化された条件下での近似的な解析計算に基づいていたが、数値相対論に基づく解析により、現実的なセットアップでの詳細な数値解析に基づく新たな定式化が可能となる。また、宇宙ひものループによるブラックホール形成についても、複雑なループ形状を考慮したシミュレーションは世界初となる。

ドメインウォールにおいても、今回の解析のフォローアップとして、宇宙膨張の効果を入れたシミュレーションや、ポテンシャルバイアスを入れた、より現実的なセットアップでのシミュレーションを計画している。ドメインウォールは、その存在自体が宇宙論的な問題を引き起こすことが知られており、現在の宇宙と矛盾しないためには、初期に形成されたドメインウォールネットワーク（図1）が完全に崩壊しなければならない。それを引き起こすのがポテンシャルバイアスであり、これによりドメインウォール崩壊に余分な圧力が加わり、ブラックホール形成を促進する可能性がある。このように、宇宙論的に現実的な要素を徐々に加えていき、現在の宇宙にておいて、ブラックホールがどの程度残存しているかを明らかにすることが最終的な目標である。

さらに、本研究で得た副産物として、AMR

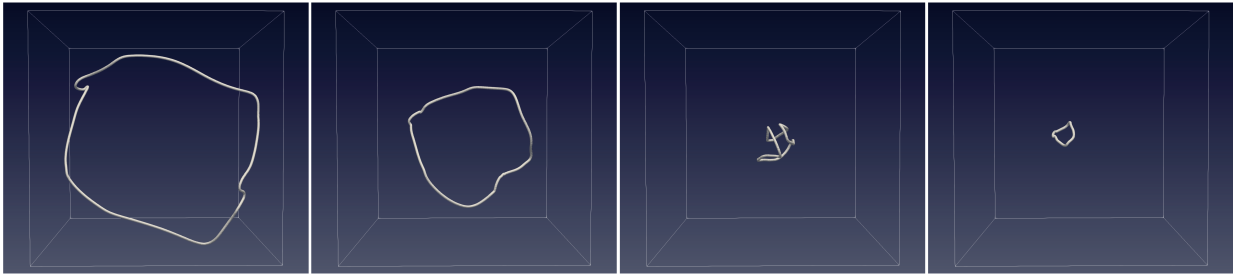


図7 ネットワークから切り離された宇宙ひものループの崩壊（平坦空間におけるシミュレーション）

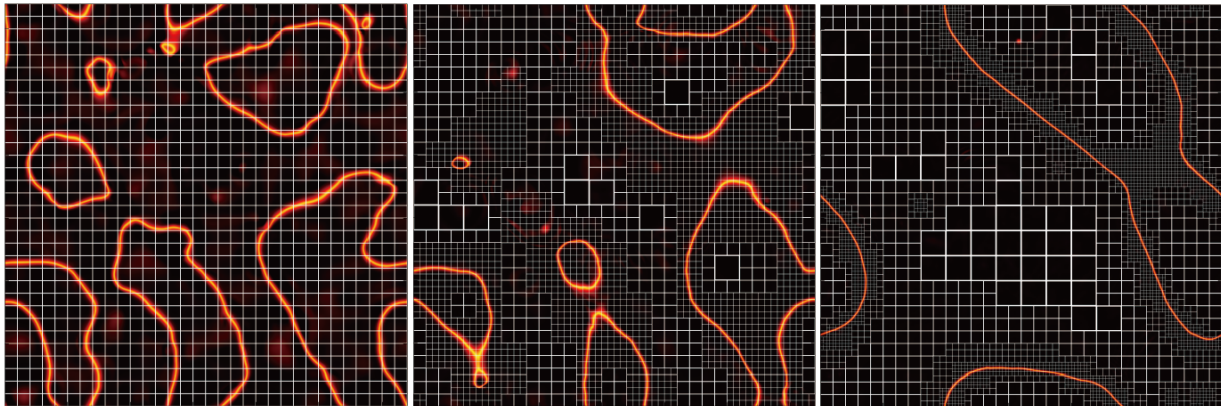


図8 ドメインウォールネットワークの AMR シミュレーション（3次元空間の2次元断面）

が通常の（平坦空間における）位相欠陥のネットワークに関する格子シミュレーションにおいても有効であることを見出した。初期宇宙の進化には宇宙膨張が常に存在するため、シミュレーションの時間経過に従い、解像度が低下していくという問題が生じる。これを克服するためには、格子点数を増やさなければならないが、図1、図6が示す通り、シミュレーション領域の大部分は位相欠陥が存在していない領域であるため、単純に格子点数を増やすのは非効率的である。よって、位相欠陥が存在している領域のみ解像度を上げる方法、すなわち、AMRが有効となる。当年度内で既に（平坦空間における）ドメインウォールネットワークに関する AMR シミュレーションに成功しており（図

8）、一様格子のシミュレーションと整合的な結果が得られている。この結果をまとめた論文を現在執筆中である。宇宙ひものシミュレーションも含め、今後、位相欠陥のネットワークのシミュレーションにおいて、AMRを用いる手法が主流になる可能性は極めて高く、これを早期に開始することは極めて重要である。故に、当年度において、複雑な AMR シミュレーションを実際に成功させた意義は極めて大きいと考えている。

数値相対論の宇宙論への応用として、オシロンと呼ばれる非トポロジカルソリトン（図9）によるブラックホール形成も現在（2026年度課題として）進行中である。これは、我々自身が予言した形成プロセスであり [3]、数値相対論

を用いて検証できれば、原始ブラックホールの有力な形成モデルとなることが期待できる。特に、宇宙論的に現実的なランダムな密度ゆらぎから原始ブラックホール形成のシミュレーションに成功した例はないので、成功すれば、世界初の快挙となる。

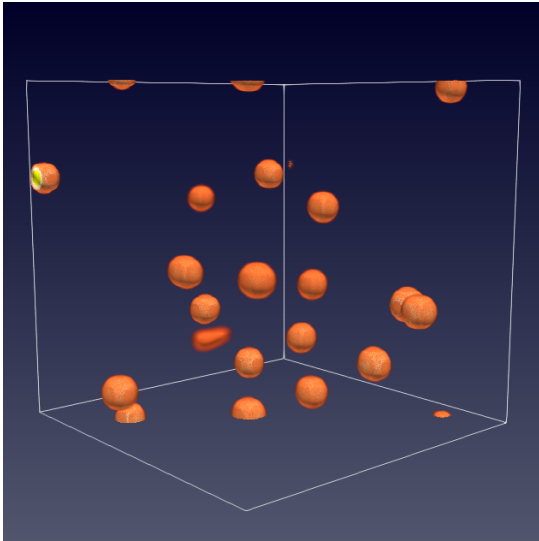


図9 宇宙初期のオシロン形成

参考文献

- [1] N. Kitajima, “Primordial black hole formation from collapsing domain walls with full general relativity,” [arXiv:2510.22759 [gr-qc]].
- [2] D. I. Dunskey and M. Kongsore, “Primordial black holes from axion domain wall collapse,” *JHEP* **06** (2024), 198.
- [3] K. Kasai and N. Kitajima, “Primordial black hole formation from the merger of oscillons,” *Phys. Rev. D* **113** (2026) no.6, L061307.