

jh250056

変分マルチスケール法による速度・圧力同時解法型粒子法

浅井光輝（九州大学大学院工学研究院）

概要

非圧縮性流体の支配方程式となる連続の式と運動量保存則の両者を満足する速度場と圧力場を同時に解くには、方程式が不定となり、このままでは求解できない。そこで、安定化有限要素法で培われてきた変分マルチスケールの概念による安定化技法を粒子法へと移植し、加えて条件数が悪い行列問題を独自に発展してきた粒子法用のマルチグリッドソルバで安定かつ高速に解く、新しい粒子法を構築した。

1. 共同研究に関する情報

(1) 共同利用・共同研究を実施している拠点名

東京大学 情報基盤センター

(2) 課題分野

大規模計算科学課題分野

(3) 参加研究者一覧と役割分担

研究項目 A [変分マルチスケール法による速度・圧力同時解法]の開発

浅井光輝, 岡野翔大, 森川ダニエル, 小野謙二, 大島聡志

研究項目 B [ベクトル変数に対する幾何マルチグリッド法を前処理とする反復ソルバ]の開発

浅井光輝, 岡野翔大, 三木洋平, 市村強, 藤田航平

2. 研究の目的と意義

粒子法では、非圧縮性流体解法を速度・圧力を射影法により分離して解くことが常識となってきた。本課題では、速度・圧力の同時解法型の陰的時間発展スキームへと変更し、固体境界面での圧力ノイマン条件を付加的に課す必要がなく、高精度な解析手法を提

案する。ただし、非圧縮性流体の支配方程式となる連続の式と運動量保存則（通称、Navier-Stokes 方程式）の両者を満足する速度場と圧力場を同時に解くと、方程式が不定となり、このままでは求解できない。そこで、安定化有限要素法で培われてきた変分マルチスケールの概念による安定化技法を粒子法へと移植し、加えて条件数が悪い行列問題を独自に発展してきた粒子法用のマルチグリッドソルバで安定かつ高速に解く、新しい粒子法（変分マルチスケール法による速度・圧力同時解法型粒子法）を構築する。以上の手法は、これまでに発展させてきた高精度粒子法の技術に加えて、マルチ GPU 上でマルチグリッドソルバを高効率に動作することができる申請者らの独自の手法があり初めて実現できる内容である。

3. 当拠点の公募型共同研究として実施した意義

実用的かつ汎用的なソルバとしての世界最速粒子法の実現を目指しており、工学（粒子法）・計算科学（マルチグリッドソルバ）・計算機科学（マルチ GPU 計算）の分野の協力体制が必要不可欠である。そこで、これまで三木洋平（計算科学分野・・・粒子系の多体物理問題における

GPU 計算) と、市村強, 藤田航平 (計算科学および地震学分野・・・非構造格子 FEM における陰解法の GPU 計算) との研究体制を維持し, さらに GPU 計算機上での効率化を図るため 2024 年度から参画した計算機科学分野の小野謙二・大島聡史を加えた万全な共同研究体制を継続することで実現可能な課題である。

4. 前年度までに得られた研究成果の概要

実用的な問題を用いた検証事例として, 福島第一原発付近の地形への津波遡上問題による検証例を示す。計算条件は粒子間隔 0.5 m, 流体粒子の総数は 800 万粒子, 実時間 30s 間の計算を 30,000 時間ステップで解析した。図 1 に遡上の様子と流速分布を示す。1GPU を使って解いた場合, 前処理無し CG 法を用いた場合で 45.1 時間, 幾何マルチグリッド法を前処理として用いた CG 法では 14.3 時間と, 約 3 倍の高速化を実現した。なお, 今回提案する速度・圧力の同時解法によれば, 固体境界内に設置する仮想的な境界粒子を設定する必要はなく, 固体表面の 1 層のみ配置するだけで正しく境界条件を付与でき, 無駄な粒子を減らすことでさらなる高速化が実現できる。またそれ以外に, 非ニュートンモデルによる高粘性流体モデルの改良, 空間 2 次精度の粒子法, 相変化モデルによる斜面崩壊の再現 (図 2 参照) など, 高精度化に関する基礎技術の改良から, 災害問題への応用まで多くの業績をあげてきた。

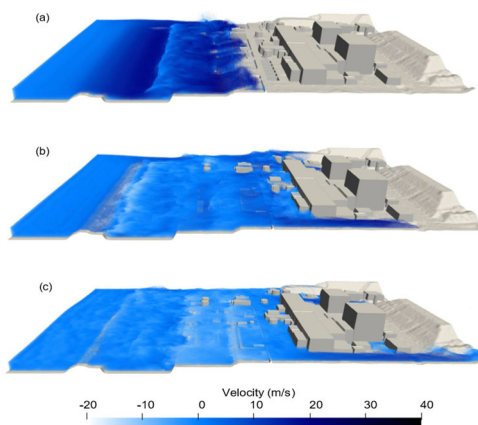


図 1 福島第一原子力発電所の津波遡上解析

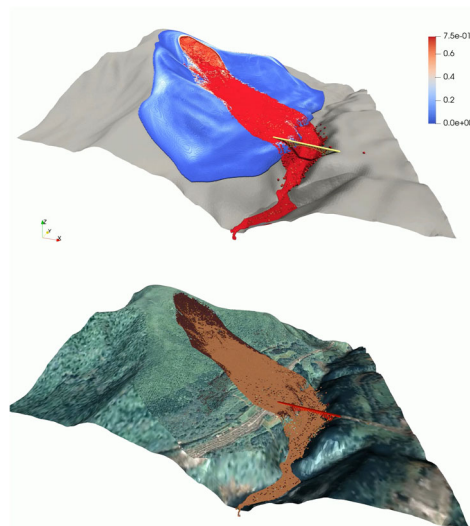


図 2 2016 年熊本地震による阿蘇斜面崩壊解析

5. 今年度の研究成果の詳細

研究項目 A. [変分マルチスケール法による速度・圧力同時解法]

災害被害予測で扱う現象は, 水などの液体では圧縮性が無視できる状況が多く, 音速を無限大として仮定する非圧縮性流体としてシミュレーションを行うことが多い。そして粒子法により非圧縮性流体を解くには, 射影法を使ったフラクショナルステップ解法により速度・圧力を分離して解くことが常套手段であった。このスキームで圧力場を解く際, 固体壁面上では圧力ノイマン条件を課す必要があり, このために固体壁面内にも仮想粒

子を配置する必要がある、効率面・精度面で問題が残されてきた。たとえば、**図 3**に示すように流体粒子の影響半径内に複数の固体壁面を有する場合には、複数の壁で満足させるべき圧力ノイマン条件を正しく満たすことができず、計算が不安定となる

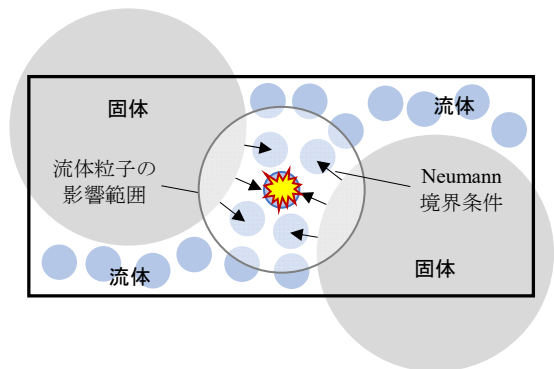


図 3 複数固体壁に挟まれた狭窄部の問題例

従来の ISPH 法では、**図 3**に示すような固体壁に囲まれた狭窄部を含む流れの解析において解析が不安定となる。これは、射影法による分離型解法において固体壁の圧力ノイマン境界条件を課す必要があり、両側から課される境界条件による過拘束が原因となっている。そこで **2025 年度課題**では、単層の壁粒子のみから安定かつ高精度に壁面境界条件を付与できる変分マルチスケール粒子法 (VM-SPH) を提案した。この新しい粒子法については現在、Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (CMAME) に論文投稿済みであり、現在査読回答待ちである。

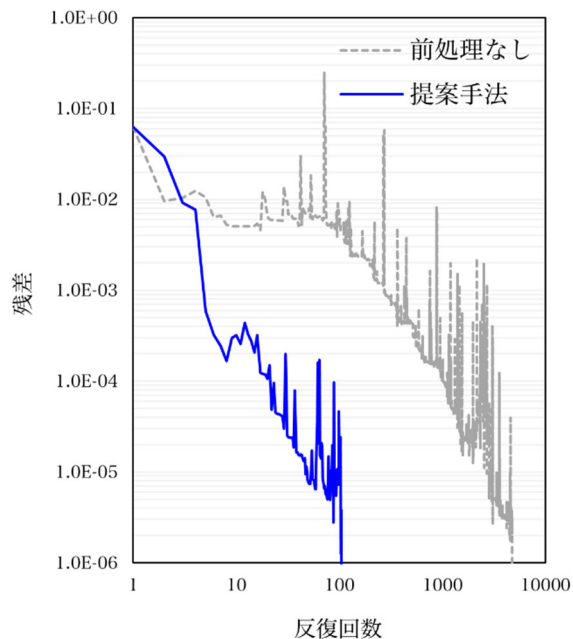


図 4 VM-SPH 用に開発したブロック対角前処理による反復ソルバの効率化

動的自由表面流れ問題において提案手法の安定性を検証するため、**図 5**に示す砂時計形状の容器を用いたスロッシングのシミュレーションを実施した。本モデルの高さは 2.0m、最狭部の幅は 0.03m である。スロッシングは、 x - y 平面内での時間周期的な傾斜角により振動を生じさせた。

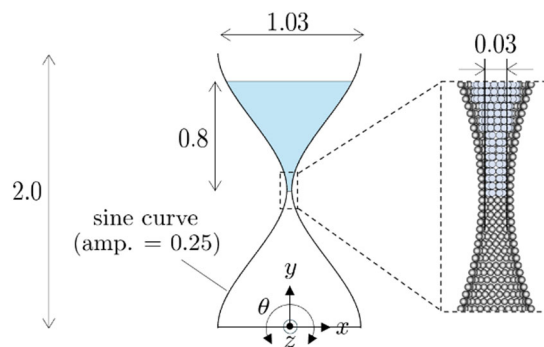


図 5 砂時計モデルの諸元 (単位 : m)

最狭部における粒子層数は 3 層となる。流体粒子の数は 157,117 個、壁粒子の数は 50,920 個である。同時に、空間離散化モデルの影響を調べるために、以下の従来型の

SPH モデルと最小二乗近似を使った空間 2 次精度の収束性を与える高精度 SPH モデル (LS-SPH) 相違を検証した。時間発展方法としては両者とも、速度・圧力の一体型解法である VM-SPH を使用している。

図 6 に、(a) 計算初期の $t=3.0s$ 、(b) 時間経過後の $t=19.6s$ における圧力および y 軸周りの渦度の計算結果を示す。なお、圧力は全粒子について表示し、 y 軸周りの渦度は絶対値が $10s^{-1}$ 以上の粒子のみに色を付け、それ以外の粒子は透過表示している。

このように狭窄部を含む問題では、速度・圧力を分離した ISPH 法による時間発展スキームを用いると、圧力 Neumann 境界条件の競合に起因する数値的不安定が生じ、結果として著しい圧力振動が生じる。一方、速度・圧力の同時解法を選択した VM-SPH 法では、空間離散化モデルによらず、安定した解析が可能であった。しかし、離散化モデルの精度に起因し、全く異なる傾向を示した。

以下、 y 軸周りの渦度を示し、空間離散モデルの違いを考察する。従来型の SPH 離散モデルでは渦度に大きな負値が得られており、これは全体に y 軸周りに逆方向の回転が生じていることを示している。またこの回転は、時間の経過とともに増大している。この例題は一方向に加振した振動問題であり、このような回転が生じることは非物理的な結果である。一方、高精度空間離散モデルである LS-SPH 法を採用すれば、こうした虚偽の回転運動は生じておらず、自然な流れが再現できた。

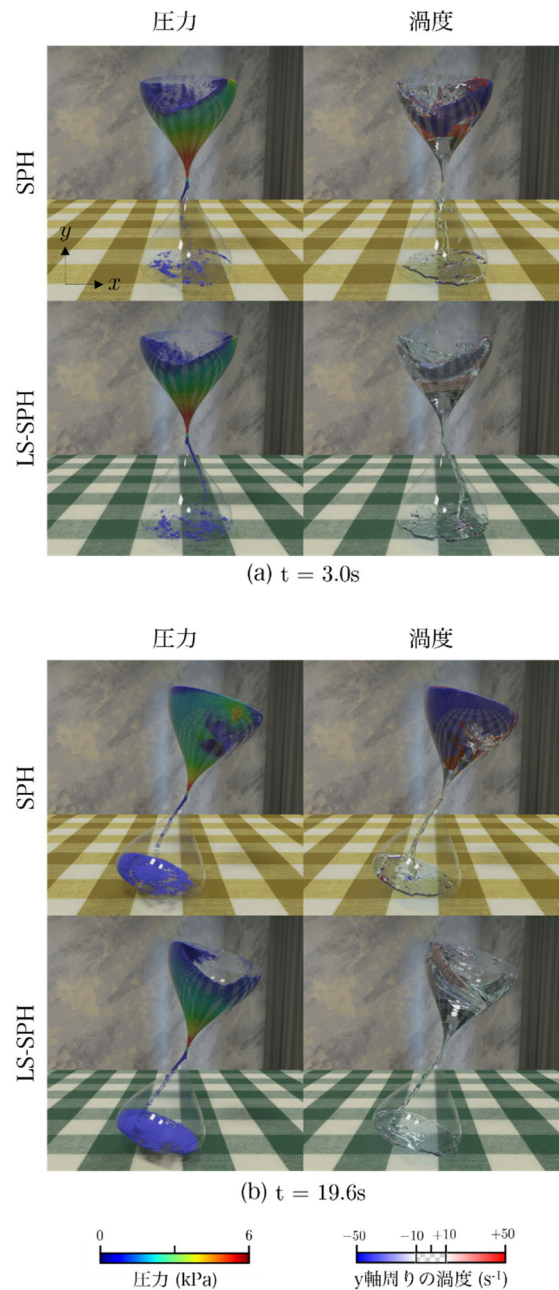


図 6 x 軸方向から観察した砂時計の解析結果

研究項目 B. [ベクトル変数に対する幾何マルチグリッド法の MPI 並列化]

粒子法では近傍粒子探索用にバックグラウンドセルを使用するが、このセルを構造格子とみなした疎問題を前処理とする新たなマルチ解像度反復ソルバを開発 (図 7 参照) してきた (2023-2024 年度の成果)。この成果は既に Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering に掲載された。図 8 に示すように、前処理のみにより約 2~3 倍程度の高速化を実現し、また MPI 化することで、64GPU まで 85% 程度の Weak スケーリング性能を示すことができた。なお、この検証では、圧力ポアソン方程式のスカラー変数に関する性能評価になっている。また、MPI 化することで、高精度 SPH 法の計算により図 1 に示した福島原発の津波遡上解析も 32GPU を使った高速な演算も可能となった。

Geometric multigrid preconditioning ($M = D^{-1} + PL_1^{-1}R$)

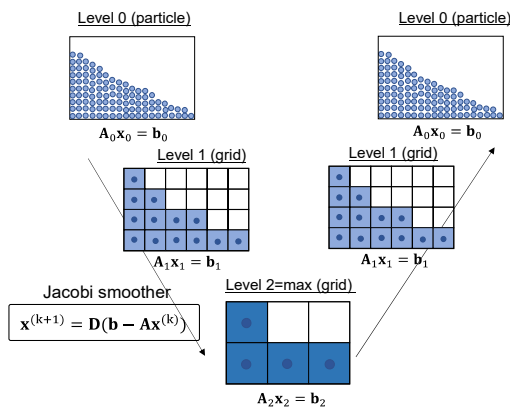
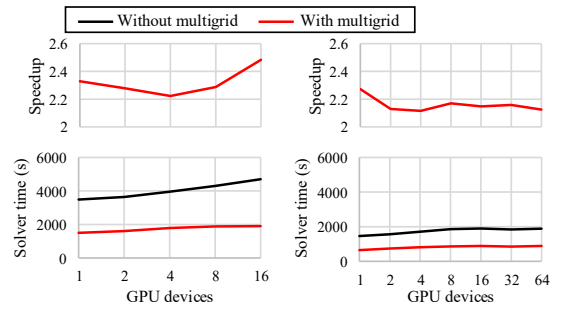


図 7 粒子セルのマルチグリッド前処理



地球シミュレータ (A100)

東京大学 Miyabi (H100)

図 8 福島第一原子力発電所の津波遡上解析 (32GPU を使った場合の領域分割例)

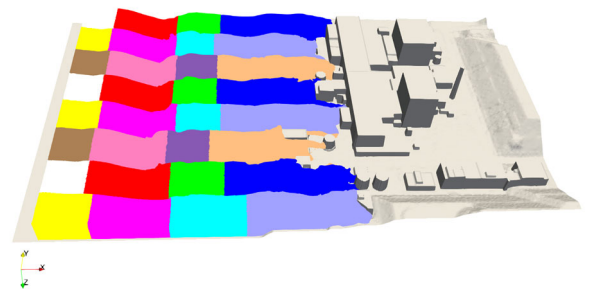


図 9 福島第一原子力発電所の津波遡上解析 (32GPU を使った場合の領域分割例)

6. 進捗状況の自己評価と今後の展望

2025 年度の研究では、研究項目 A. [変分マルチスケール法による速度・圧力同時解法] と研究項目 B. [ベクトル変数に対する幾何マルチグリッド法の MPI 並列化] の二つの課題に対して、すべて結果を出すことができ、研究項目 A で開発した新しい粒子法 (VM-SPH) については現在 CMAME に投稿済み、また研究項目 B で開発した高速化ソルバについては既に CMAME に掲載済みである。速度・圧力の同時解法型の新しい粒子法 (VM-SPH) であり、完全陰解法型のアルゴリズムになっており、高粘性までが安定かつ高速に解ける汎用ソルバになっている。また境界処理についても高精度化が実現できており、特に狭窄部を含んでも高精度かつ安定に解けるといったメリットも有している。また、マルチグリッドソルバも同時に開発することで、陰解法の欠点となり得る計算負荷の高さを克服

できるだけ十分なツールを開発することができた。以上の両者の研究開発項目についてそれぞれがトップジャーナルに掲載されるレベルの高い研究成果をあげることができたことから、想定以上の成果が挙げられたもの自己評価している。

今後の展望として、まだ MPI 化したマルチグリッドソルバが VM-SPH には対応できておらず、同時に開発した最新の粒子法である VM-SPH 法用のソルバとして刷新することができれば、世界的にも例のない規模の大規模問題を高精度に解くことができる唯一の粒子法を構築できるものと計画しており、現在 2026 年度の継続課題としてその内容を鋭意取り組んでいる。

※7. 研究業績はウェブ入力です