

jh250039

## 内部自由度を持つ粒子群と乱流の相互作用に関する 大規模シミュレーション

渡邊 威 (名古屋工業大学)

### 概要

乱流による粒子群の輸送現象は、自然界から工学的流れに至るまで広く観測されるユビキタスな現象である。各問題における着眼点や研究目的の違いはあるものの、粒子の数理的取り扱いや計算手法、データ解析手法には共通する部分が多い。また、多くの問題に共通する特徴の一つとして、流れ場とは独立に定まる系固有の特性時間を伴うことが挙げられる。複雑な混相乱流の多くの問題は、内部自由度に対応した特性時間を有する粒子系と、特異構造によって特徴づけられる乱流場との相互作用の問題に帰着される。本研究課題では、粒子集団による輸送問題の高効率計算、乱流場の特異構造と粒子輸送との相関解析、および粒子群と乱流の相互作用に関する研究を包括的に実施し、乱流粒子輸送のシミュレーション基盤の整備を目指す。

### 1. 共同研究に関する情報

共同利用・共同研究を実施している拠点名  
名古屋大学 情報基盤センター

#### (1) 課題分野

大規模計算科学課題分野

#### (2) 参加研究者一覧と役割分担

渡邊 威	名古屋工業大学・工学研究科	研究総括, 粒子と流れの相互作用解析
後藤 俊幸	慶応義塾大学・自然科学研究教育センター	乱流場の特異構造の解析
齋藤 泉	名古屋工業大学・工学研究科	粒子輸送計算の高速化
片桐 孝洋	名古屋大学・情報基盤センター	最適化に関する助言
横嶋 哲	静岡大学・大学院工学領域	粒子に働く力の解析と検討

### 2. 研究の目的と意義

#### 2.1 目的

本研究課題は、ポリマー混入流、金属微粒子の精製過程、微小気泡や液滴を伴う流体機器内流れ、河川流中の掃流砂輸送などの複雑混相流れを、「内部自由度に起因する特性時間を有する粒子集団と乱流場の相互作用の問題」として捉え、新規シミュレーション手法の開発・高効率化、粒子内部自由度と乱流構造の関連性の理解、ならびに乱流場と粒子群の相互作用の解明を目的とする。

上記の混相乱流の問題は、扱う対象や目的が互いに異なっても、粒子に働く流体力のモデル化や計算手法、データ解析手法などに共通する部分が多い。問題の特徴の一つは、流れ場とは独立に定まる系固有の特性時間を有することである。

この特性時間と乱流の特性時間の比で定義される無次元パラメータの値に応じて、粒子群の挙動や乱流場の構造・統計特性は大きく変化する。さらに、乱流の強い非線形性は速度勾配場に強い間欠的揺らぎを生じさせ、粒子群の輸送・拡散に大きな影響を与える。

我々は、複雑な混相乱流の問題を、内部自由度に対応した特性時間を有する粒子系と特異構造によって特徴づけられる乱流場との相互作用の問題に帰着させることで、多様な現象に横たわる普遍的な性質を明らかにできると考え、これまで関連する研究を進めてきた。特に 2025 年度においては、i) スカラー揺らぎを担う粒子群における揺らぎの統計則の解明、ii) 流体中の気泡群の挙動

解析における高速な圧力評価法の検討, iii) 乱流中のスカラー揺らぎの間欠性とモデリング, の 3 課題について, 昨年度からの継続課題として研究を進めた.

## 2.2 意義

・雲乱流中の雲粒子やエアロゾルは, 高シュミット数 ( $Sc = \text{粘性率} / \text{拡散係数} \gg 1$ ) のスカラー乱流とみなすことができる. この場合, 乱流の粘性長に比べて分子拡散長は極めて小さく, 実験や数値計算には高い空間解像度が要求されるため, その詳細な解明は十分に進んでいない. そこで, 固有の特性時間をもつ仮想粒子を乱流中に導入し, スカラー分散スペクトルおよび普遍定数を決定する新規な計算手法を開発してきた. 粒子群の属性を空間格子に分配する際の統計処理においては, ショットノイズや空間フィルタの影響が混入する. したがって, これらを補正するデータ処理技術が不可欠であり, 本手法はオイラー・ラグランジュ法に基づく計算全般への応用が可能である.

・本研究で扱うモデルは粒子法の一つであり, これまで混相流などの複雑流れの計算に広く用いられてきた粒子法の知見を容易に適用することができる. この利点を活用することで, 粒子の運動量慣性や重力沈降, 凝縮・蒸発などの多様な物理過程の影響を取り込んだ流れや, 化学反応を伴う反応流れの高精度シミュレーションへと発展させることが可能である.

・粒子と場の相互作用は, 計算機上では局所的および大域的にデータのやり取りが同時多発的に生じることを意味し, さまざまな物理計算において普遍的に現れる問題である. 本課題における大規模計算の実現過程で得られる知見や経験をコミュニティに還元することは, 計算科学分野全体の発展に寄与する.

## 3. 当拠点の公募型共同研究として実施した意義

### 3.1 学際的研究の推進

複雑な混相流れの問題については, 個別の現象

にとらわれるのではなく, その本質を抽出し基本的性質を明らかにすることが, 異なる系に共通する振る舞いを統一的に理解するための重要な足掛かりとなる. 特に, 粒子と乱流場の相互作用という観点から問題を整理することで, 分野横断的な普遍性の抽出が可能となる. このような研究を, 多様な専門分野から構成される計算科学コミュニティの中で推進することにより, 高速かつ高解像度な計算手法の確立が期待されるとともに, 得られた知見を基盤として, 化学反応流, 雲マイクロ物理, ポリマー混入流などの幅広い分野への展開が可能となる. さらに, 異分野間の連携を通じて, 従来は個別に扱われてきた問題に対して新たな視点を提供し, 複雑流体現象の包括的理解の深化に寄与することが期待される.

### 3.2 拠点資源の活用

オイラー・ラグランジュ計算においては, 連続体としての場と離散的な粒子 (点) との間で頻繁な情報交換が必要となる. 特に, 粒子数や流れ場の格子点数が増大すると, 場の大規模配列データに対するランダムアクセスが不可避となり, 情報の授受や演算に要するコストは著しく増大する. このような計算負荷の増大は, 大規模・高精度シミュレーションの実現における主要なボトルネックの一つである.

したがって, スーパーコンピュータや GPU を活用した高効率計算を実現するためには, これらのコストを効果的に削減することが不可欠である. そのためには, 乱流および粒子輸送現象に精通した研究者と, スーパーコンピュータや計算機アーキテクチャに熟知した研究者との密接な連携が重要となる. 以上の観点から, 拠点資源の活用を含めた共同研究の推進は, 本課題の遂行において大きな意義を有する.

## 4. 前年度までに得られた研究成果の概要

### 4.1 粒子輸送問題におけるコスト削減にむけたコード改良

これまでの解析で用いてきた乱流中の粒子輸送コードにおいては、粒子数を増大させると、粒子個数・位置・速度情報のプロセス間通信と用いる配列の再 allocation 等にかかる時間が全体の計算時間に対して 20%から 30%と大きな割合となることがわかっており、この削減が課題の一つとなっていた。我々は粒子数と通信に必要な配列サイズの関係性を事前に求めておき、固定サイズ配列を導入することで、配列の allocation と deallocation の回数をなるべく削減するようにコードを改良し、計算効率化の検証を行った。計算領域は、1 辺  $2\pi$  の立方体領域で、すべての方向に周期境界条件を課す。流体計算に用いる格子点数は  $N = 128^3$ 、時間刻み幅は、 $1.0 \times 10^{-3}$  である。また、計算領域を実空間上で  $z$  軸は分割せずに、 $x$  軸方向と  $y$  軸方向のみを 4 等分した 16 個のプロセスに分けて並列計算を行っている。初期条件は、ランダムな流れ場を発生させ、各プロセスで均等になるように粒子をランダムに配置している。本研究では、流体粒子をテスト粒子として用いた。また、粒子同士の衝突も考慮していない。計算結果が初期状態の影響を受けないようにするため、まず初期状態から 10000 ステップ時間発展を行った。この状態を引き継いだ後、さらに 10000 ステップ分の計算を行い、この 10000 ステップを計算するのに要した時間を計測した。図 4.1 に得られた結果を示す。allocate-deallocate にかかる実行時間がそのまますべて削減されて、全体の実行時

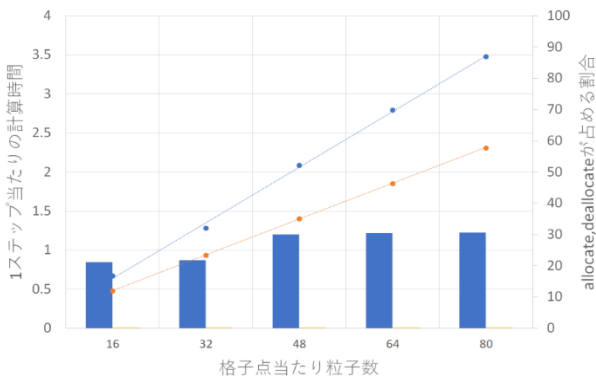


図 4.1 格子点辺りの粒子数の変化による計算時間と allocate-deallocate が占める割合。が改良前、オレンジが改良後の結果を示す。棒グラフは allocate 等が占める割合を表す。

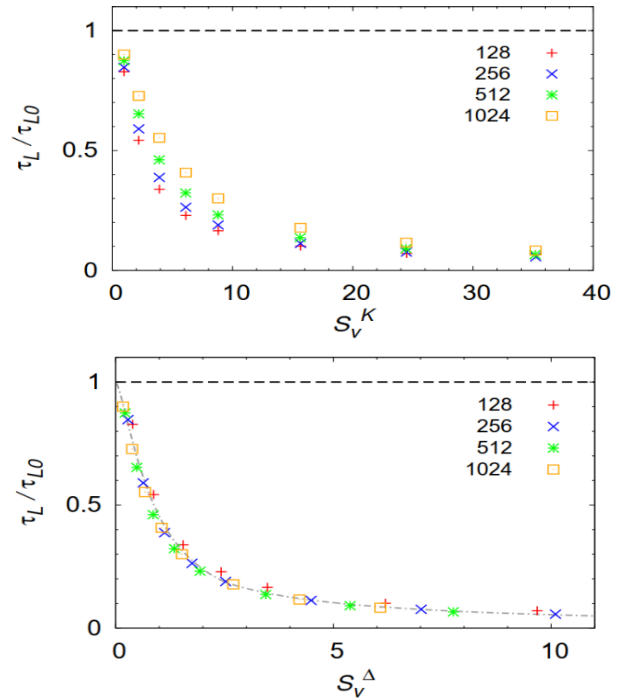


図 4.2 重力沈降する場合の相関時間 $\tau_L$ と沈降しない場合の相関時間 $\tau_{L0}$ に対する比。上パネル: 変調を最小スケールの乱流渦に対する沈降パラメータ ( $S_V^K$ ) で表した場合。下パネル: 変調を最大スケールの乱流渦に対する沈降パラメータ ( $S_V^\Delta$ ) で表した場合。点の種類はレイノルズ数  $R_\lambda = 25, 47, 80, 130$  の違いを示す。

間を 1/3 程度削減できることがわかった。

計算で使用したメモリ量について述べる。計算時間は短縮されたが、メモリの消費量は増加していた。格子点あたり粒子数が 16, 32 個のときには数%増加するだけだったが、粒子数がそれ以上大きくなったときに 30%ほど使用するメモリ量が増加した。粒子数が小さい場合は、深く考慮することはなさそうに見えるが、粒子数が大きい場合には、メモリ量の確保に注意しなければならないことがわかった。

#### 4.2 雲乱流におけるラグランジュ時間相関

雲乱流中を運動する雨粒が経験する過飽和度揺らぎのラグランジュ的自己相関時間 ( $\tau_s$ ) は、超水滴法に基づく雲モデルのパラメタリゼーションにおける重要なパラメータである。本研究では、乱流中の微小水滴が経験する過飽和度揺らぎ及び流体速度揺らぎのラグランジュ的自己相関時間  $\tau_L$  に対する水滴の重力沈降の影響を調べるため、数

値シミュレーションによる解析を行った。

3次元周期箱を対象とし、速度場およびスカラー場（過飽和度場）に白色ランダム外力を付加することで、一様等方性乱流を駆動する。多数の質点粒子を乱流場中に移流させ、統計的定常状態において粒子が経験するスカラー揺らぎのラグランジュの自己相関時間を評価する。粒子の運動方程式は以下に示す通りである。

$$\frac{dx_{pj}}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}_{pj}) - U\mathbf{e}_z \quad (4.1)$$

重力の影響がない場合とある場合の流体速度揺らぎの相関時間をそれぞれ  $\tau_{L0}$  および  $\tau_L$  と定義し、その比  $\tau_L/\tau_{L0}$  によって変調の程度を評価する。乱流速度場に用いる格子点数は  $128^3$ ,  $256^3$ ,  $512^3$ ,  $1024^3$  とし、それぞれのテイラー長レイノルズ数は  $R_\lambda = 25, 47, 80, 130$  である。

図 4.2 に  $\tau_L/\tau_{L0}$  について結果をまとめたものを示す。ここで、上パネルは粒子の重力沈降の影響の程度を表す沈降パラメータにおいてコルモゴロフ速度  $v_K$  (最小スケールの渦の特徴的速さ) を用いて  $S_V^K = V_T/v_K$  ( $V_T$  は粒子の終端速度) とした場合、下パネルは乱流速度場の RMS 速度  $v_{rms}$  (最大スケールの渦の特徴的速さ) を用いて  $S_V^\Delta = V_T/v_{rms}$  とした場合の結果を表している。両パネルを比較すると、いずれも沈降パラメータが大きいくほど変調の程度が大きくなり、 $\tau_L$  は  $\tau_{L0}$  と比べて短くなっていることが分かる。しかし、計算結果は下パネルの方が一つの曲線上に集まっている。この結果より、相関時間の変調を特徴付けるパラメータとしては  $S_V^\Delta$  が適切であること、つまり変調において大スケールの乱流渦が重要な役割を果たすことが明らかになった。

#### 4.3 乱流の特異構造の普遍統計則とその粒子群の振る舞いへの影響

乱流の特性を調べるとき、最も重要になるのが乱流運動エネルギー散逸率

$$\varepsilon = \frac{\nu}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (4.2)$$

である。これは乱流中の時空間で激しく変動し(乱

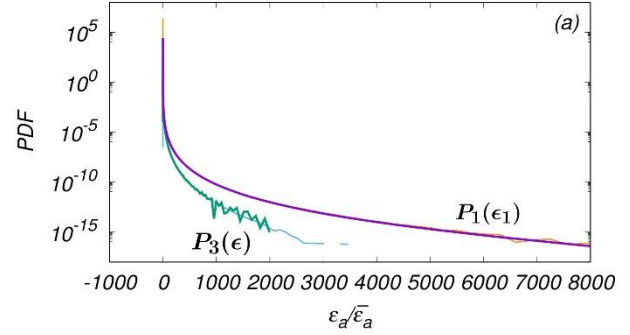


図 4.3 大規模シミュレーションにより得られた  $P_1(\epsilon_1)$ ,  $P_3(\epsilon)$  (細線) と変換により得られた PDF  $P_{1 \rightarrow 3}(\epsilon)$  と  $P_{3 \rightarrow 1}(\epsilon_1)$  (太線) との比較.  $R_\lambda = 956, N = 4096^3$ , 平均時間は  $8.5T_e$  ( $T_e$ : 巨視的渦回転時間).

流の間欠性), その確率密度関数 (PDF)  $P_3(\epsilon)$  は正規分布とは大きく異なり長い裾野を持つことが知られている.  $\epsilon$  は速度ひずみテンソルの 6 成分の 2 乗和として定義されるが, 室内実験での計測や大気乱流の観測においてはその定義に従って  $\epsilon$  の計測を行うのは極めて困難であるため, その 1 次元代替量  $\epsilon_1 = \nu(\partial u/\partial x)^2$  と等方性の仮定により  $\epsilon = 15\epsilon_1$  として計測し, その揺らぎの PDF ( $P_1(\epsilon_1)$ ) が求められてきた. 一方で乱流の数値計算では  $P_1(\epsilon_1)$  の裾は  $P_3(\epsilon)$  よりも随分と長く, この理由が不明であった. 我々は, 等方性乱流の場合において  $P_3(\epsilon)$  と  $P_1(\epsilon_1)$  の変換関係式

$$P_3(\epsilon) = \frac{4.5^{\frac{5}{2}}}{3} \epsilon^{3/2} \frac{d^2}{dx^2} [\sqrt{x} P_1(x)]_{x=5\epsilon} \quad (4.3)$$

を導くことに成功した [4,8,9]. さらに, エンストロフィ ( $\Omega = (\nabla \times \mathbf{u})^2$  の PDF  $Q_3(\Omega)$  とその 1 次元成分 ( $\Omega_1 = (\nabla \times \mathbf{u})_1^2$ ) の PDF  $Q_1(\Omega_1)$ ) との変換関係式をも導くことができた. 図 4.3 は乱流の大規模シミュレーションにより得られた  $P_1(\epsilon_1)$ ,  $P_3(\epsilon)$  (細線) と理論解析に基づく変換公式を用いて得られた PDF  $P_{1 \rightarrow 3}(\epsilon)$  と  $P_{3 \rightarrow 1}(\epsilon_1)$  (太線) との比較を示したものである. 両者はよく一致しており, 変換公式が正しいことが検証できた.

#### 5. 今年度の研究成果の詳細

##### 5.1 スカラー揺らぎの 2 次構造関数の振る舞い

Euler 的計算では極めて困難とされる高レイノルズ数かつ高シュミット数のスカラー乱流に, 雲乱流中での雲粒子成長を計算する Euler-Lagrange

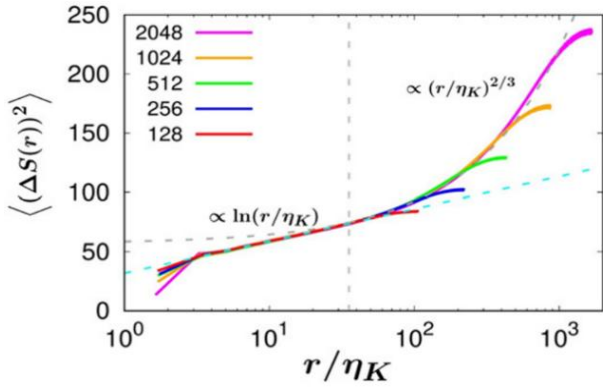


図 5.1 Euler-Lagrange 法で計算された高シミュレーション数スカラーの 2 点相関関数. 乱流場は Euler 的 DNS ( $2048^3, R_\lambda = 550$ ), スカラー場は特性時間をもつ  $2^{36}$  個の粒子を Lagrange 的に追跡することにより計算.

的なハイブリッド計算を応用した計算を行っている. 今年度は, 周囲の過飽和度と緩和時間  $\tau_s$  で応答する雲粒子を乱流中で追跡する大規模 DNS を実施し, 水質量揺らぎの 2 次スカラー構造関数の振る舞いを解析した. その結果を図 5.1 に示す. スケーリング則に関して, べき乗から対数的振る舞いへの遷移が明瞭に観測される [2]. この遷移はスカラー分散スペクトルで観測される  $k^{-5/3}$  から  $k^{-1}$  に遷移するスケールに相当する.

### 5.2 雲乱流中の水滴のラグランジュ時間相関

昨年度に引き続き, 雲乱流中の微小水滴が経験する, 流体速度揺らぎのラグランジュ的自己相関時間に対する, 水滴の重力沈降の影響を調べた. 重力の影響が無い場合には, 粒子は流体粒子として運動するため, 粒子が経験する流体速度揺らぎのラグランジュ的統計は等方的である. この場合の相関時間を  $\tau_{L0}$  とする. 一方, 重力の影響により粒子が沈降する場合, ラグランジュ的相関は水平方向と鉛直方向の速度で異なる. それぞれの相関時間を  $\tau_1$  および  $\tau_3$  とする. 重力の影響が無い場合と有る場合の相関時間の比  $\tau_1/\tau_{L0}$  及び  $\tau_3/\tau_{L0}$  によって変調の程度を調べた [1]. 乱流速度場に用いる格子点数とレイノルズ数は 4.2 節に示す通りである.

図 5.2 は,  $\tau_1/\tau_{L0}$  (上パネル) および  $\tau_3/\tau_{L0}$  (下パネル) を示している. 横軸は沈降パラメータ  $S_V = V_T/v_{rms}$

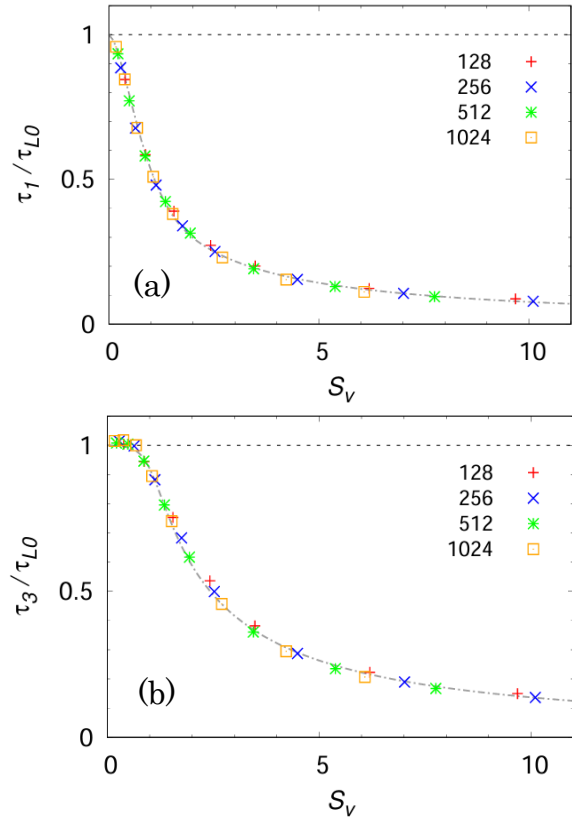


図 5.2 乱流中を重力沈降する粒子が経験する流体速度揺らぎのラグランジュ的自己相関時間の変調.(a) 水平方向速度揺らぎの場合の相関時間の比. (b) 鉛直方向速度揺らぎの場合. 点の種類の違いは, DNS に用いた流体格子点数の違いを表す ( $128^3, 256^3, 512^3, 1024^3$ , それぞれテイラー長レイノルズ数  $R_\lambda = 25, 47, 80, 130$ ).

$v_{rms}$  ( $V_T$  は粒子の終端速度,  $v_{rms}$  は乱流の RMS 速度) であり,  $S_V$  が大きい程粒子の重力沈降の影響が大きい. この結果より, 全体的に  $S_V$  が大きいほど相関時間が小さくなる点は共通している. これは重力沈降の影響により, 同じ乱流渦内に粒子が留まる時間が短くなるため, と定性的に理解できる. しかし,  $S_V\tau_1 < S_V\tau_3$  となるが, この非等方性は乱流速度揺らぎの空間相関 (縦速度相関と横速度相関) の違いに由来するもので, 「横切り効果」 (crossing trajectory effect) として知られている (Yudine (1959), Csanady (1963), Squires & Eaton (1991)).

### 5.3 エネルギー散逸率の確率密度関数の一般的変換関係の導出と検証

3 次元運動エネルギー散逸率の確率密度関数

$P_3(\epsilon)$  とひずみ速度の 2 乗  $e_{12}^2 = (\partial u_2 / \partial x_1 + \partial u_1 / \partial x_2)^2$  の確率密度関数  $P_{12}(\mathbf{e})$  との変換関係など, 前年度に得られた変換式の一般形を導いた. この変換式を直接数値計算で検証したところ, 理論予測と良い一致を見ることが明らかになった [10,13].

#### 5.4 流体中の気泡群の挙動解析における高速な圧力評価法の検討

Front-Tracking 法や Phase Field 法等を用いて非圧縮流体の気泡流の数値解析を行う際には, 密度の変動を含むポアソン方程式

$$\nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla p) = Q \quad (5.1)$$

の境界値問題を数値的に解く必要がある. 射影法を用いた数値計算の場合, 圧力補正のためのポアソン方程式は次式で与えられる.

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho^{n+1}} \nabla p^{n+1} \right) = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (5.2)$$

密度場  $\rho$  は相を挟んで急激に変化する場の量であるため, 例えば SOR 法などの反復法を用いて (5.2) を解く場合には, 長時間積分の際には計算負荷が非常に大きくなるという課題がある. 周期境界条件が課された系においても, 差分式には係数が変数依存の式になるため, 高速フーリエ変換 (FFT) を用いた直接解法を利用することは困難である.

Dodd & Ferrante (2014) は  $\nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla p) = Q$  の左辺をフーリエ変換が使える形に近似的に書き換えるアイデアを導入し, これが計算コスト削減に有効な手法であることを示した. アイデアは以下の近似式で  $(1/\rho^{n+1}) \nabla p^{n+1}$  の項を置き換えるところにある.

$$\frac{1}{\rho^{n+1}} \nabla p^{n+1} \approx \frac{1}{\rho_0} \nabla p^{n+1} + \left( \frac{1}{\rho^{n+1}} - \frac{1}{\rho_0} \right) \nabla \hat{p} \quad (5.3)$$

ここで  $\rho_0$  は気相の密度とし,  $\hat{p}$  は  $n+1$  ステップにおける圧力の近似値であり, 本研究では以下の式を用いる.

$$\hat{p} = 2p^n - p^{n-1} \quad (5.4)$$

(5.3) を (5.2) に代入すると, 定数係数のポアソン方程式

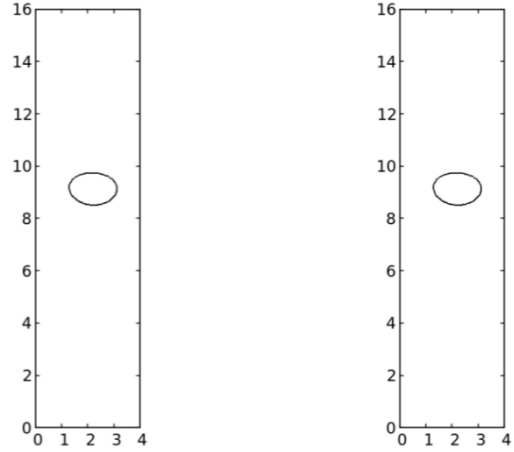


図 5.3 単気泡の上昇シミュレーションにおける  $t=2.5$  でのスナップショット. (a) SOR 法を用いて (5.2) 式を解いて得られた結果. (b) FFT+トーマス法を用いて (5.3) を解いて得られた結果.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \nabla \cdot \left[ \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho^{n+1}} \right) \nabla \hat{p} \right] + \frac{\rho_0}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (5.4)$$

が得られる. (5.4) は FFT を用いて解くことが可能である.

本研究では, Front-Tracking 法を用いた気液 2 相流の場合に, 圧力ポアソン方程式を FFT を用いて近似的に解く ((5.4) を解く) 場合と, 反復法を用いて解く ((5.2) を解く) 場合で振る舞いの結果を比較し, 適用限界や妥当性についての検討を行った [3]. 計算領域は 2 次元平面とし,  $x$  方向が周期境界条件,  $y$  方向が壁境界あるいは周期境界とする. このとき, ポアソン方程式を解く際に  $x$  方向を FFT で変換後に  $y$  方向をトーマス法で解いた. 2 重周期境界の場合には,  $x$  方向を FFT で変換後に  $y$  方向を Sherman-Morrison の公式を用いてトーマス法で解ける形に変形して解いた.

近似法の正確性を検証するため, 単気泡が重力下で上昇するシミュレーションを, 非線形ポアソン方程式 (5.2) を SOR 法で解く場合と, 近似式に基づく一定係数型ポアソン方程式 (5.3) を FFT を用いて解く場合で比較した. 計算条件は,  $4 \times 16$  の計算領域を  $64 \times 256$  格子に分割し, 座標 (2, 2) に半径  $R = 0.75$  の気泡を配置した. 時間刻み幅は  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$  とし, 液体密度  $\rho_l = 1.0$ , 気体密度  $\rho_g = 1.0 \times 10^{-2}$ , 液体粘度  $\mu_l = 0.102$ , 気体粘度

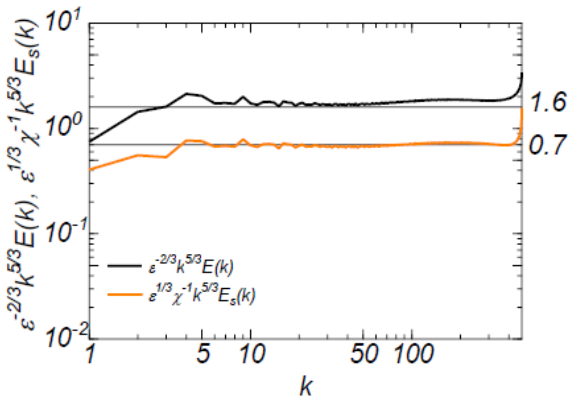


図 5.4 渦粘性と改良された渦拡散係数を用いた大規模スカラー揺らぎの LES (1024<sup>3</sup>) によるスペクトル.  $k^{5/3}E(k), k^{5/3}E_s(k)$  ともに水平になっていることが確認できる.

$\mu_g = 1.16 \times 10^{-3}$ , 表面張力係数  $\sigma = 21.9$ , 重力加速度  $g = 10$  とした.

$t = 2.5$  における気泡の可視化結果を図 5.3 に示す. 両者で気泡の挙動にほぼ差異は見られず, 近似法の有効性が確認できた. また, 圧力ポアソン方程式の総計算時間は SOR 法で 290 秒に対し, FFT による直接解法では 12 秒となり, 計算時間を約 95% 削減できることが分かった.

### 5.5 乱流中のスカラー揺らぎのモデリング

雲乱流中の過飽和度揺らぎの分散スペクトルに 2 つの  $k^{-5/3}$  領域が存在することが理論的に示唆されているが [7], DNS では 2 つの  $k^{-5/3}$  領域が十分

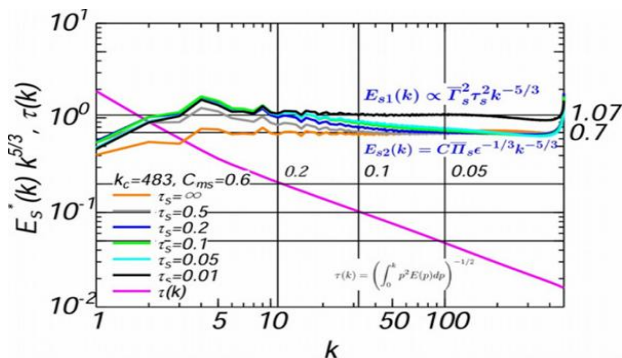


図 5.5 LES (1024<sup>3</sup>) により求められた過飽和度スペクトル.  $\tau_s$  が短くなるにつれスペクトルは低波数側では運動エネルギースペクトルに, 高波数側では乱流カスケードによる慣性移流スペクトルになる. 2 つの  $k^{-5/3}$  スペクトル領域が存在することが見て取れる.

確認できない. そこでより広い慣性領域をもつ大規模な LES (Large Eddy Simulation) を行うため, まず乱流渦粘性と乱流拡散係数を波数の関数として改良した. 図 5.4 に見るように, 波数の全領域にわたって  $E(k) \propto k^{-5/3}$ ,  $E_s(k) \propto k^{-5/3}$  となるスペクトルを得ることができた. さらに水蒸気が雲粒子に凝結・蒸発する際の相変化の特性時間  $\tau_s$  が有限の場合には, 図 5.5 に示すように過飽和度揺らぎのスペクトルに 2 つの  $k^{-5/3}$  領域が共存することを空間格子点数  $1024^3$  の大規模 LES により確認した [11].

## 6. 進捗状況の自己評価と今後の展望

### 6.1 スカラー揺らぎを付随する粒子群における揺らぎの統計則の解明

・自己評価 (80 点 / 100 点) と理由

高 Sc スカラー乱流における 2 次スカラー構造関数を調査し, 慣性移流領域 ( $\propto r^{2/3}$ ) と粘性移流領域 ( $\propto \log(r)$ ) を同時実現することに成功した. 慣性移流領域から粘性移流領域にかけて幅広いスケール領域を解像したスカラー輸送計算はオイラー的手法による計算では極めて実現が困難であり, 本課題のような扱いが非常に有効な例となることを示すことができた.

・今後の展望

スカラー揺らぎは高次モーメントの振る舞いに特徴があることが知られており, スケーリング指数は, 高次ではある一定値に漸近する傾向があることはよく知られている (Watanabe & Gotoh 2004, 2006). 高次の構造関数の振る舞いについて解析を行う場合, 粒子から場を構成する際に考慮すべきショットノイズの影響について, これを取り除く手法がまだ確立していない. 粒子群から場の量を精度よく構成し, 例えば 4 次の構造関数の解析手法が確立できれば, スカラー場の間欠性およびそのスケーリング則の解明に近づく可能性があり, 今後の課題の一つである.

## 6.2 雲乱流中の水滴のラグランジュ時間相関

- ・自己評価 (90 点 / 100 点) と理由

乱流的な雲環境内において水滴が経験する乱流揺らぎのラグランジュ統計と、それに対する水滴の重力沈降の影響を明らかにすることは、近年注目され開発が進んでいる超水滴法に基づく雲モデルにおいて、超水滴の運動を計算する際に用いられるサブグリッドスケールモデルにおいて特に重要である。本研究では、重力の影響により、ラグランジュ速度相関が水平速度成分と垂直速度成分によって異なる振る舞いを示すことを明らかにできた。また、重力による変調は非等方的であるが、乱流速度場の RMS 速度に基づいた沈降パラメータ  $S_v$  を用いることで相関時間が  $S_v$  の関数として綺麗に整理できることが明らかになった。

- ・今後の展望

本研究の結果は、重力沈降の影響に関するパラメタリゼーションにおいて重要な土台となるものである。一方で本研究では質点粒子として流体粒子を扱い、運動量慣性を無視した計算を行っている。今後の課題としては、運動量慣性の影響や、流れ場との相互作用の結果として生じる流れ場の変調の影響が存在する場合でも、沈降パラメータを用いて結果が整理できるかどうかと検証することにある。これにより、モデリングへの大きな指針を得ることを期待できる。

## 6.3 エネルギー散逸率の確率密度関数の一般的変換関係の導出と検証

- ・自己評価 (95 点 / 100 点) と理由

乱流・雲乱流の特性を調べるうえで最も重要になるのが乱流運動エネルギー散逸率  $\varepsilon$  である。これは乱流中の時空間で激しく変動し、その確率密度関数 (PDF) は正規分布とは大きく異なった長い裾野を持つ。本来  $\varepsilon$  は速度ひずみテンソルの 9 成分の 2 乗和として定義されるが、室内実験での計測や雲乱流中での観測においては、その定義に従って  $\varepsilon$  を計測するのは極めて困難である。本研究課題に

において、1 次元代替量  $\varepsilon = v \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$  と等方性の仮定

によりエネルギー散逸率の統計性質を評価できる事を示したことは、特に実験や観測の行う研究者にインパクトが大きい結果だといえる。

- ・今後の展望

運動エネルギー散逸率とその 1 次元代替量の間欠性の問題、特にスケール  $r$  で粗視化されたこれら 2 つの散逸率  $\langle \varepsilon_r^n \rangle \propto r^{-\zeta_n}$ ,  $\langle \varepsilon_{1r}^n \rangle \propto r^{-\xi_n}$  のスケーリング指数  $\zeta_n$  と  $\xi_n$  の関連性をそれぞれの確率密度関数と結び付けて調べる事が挙げられる。

## 6.4 流体中の気泡群の挙動解析における高速な圧力評価法の検討

- ・自己評価 (80 点 / 100 点) と理由

2025 年度は、FT 法を用いた気液 2 相流の場合に、FFT を用いて圧力場を近似的に解く場合と、反復法を用いて解く場合で振る舞いの結果を比較し、近似式の適用限界やその妥当性についての検討を進め、計算結果に大きな違いをもたらすことなく、計算速度を 90 倍程度早くできることを示すことができた。これは今後の乱流中の多気泡流の解析にむけた大きな一歩である。

現状はコードの MPI 並列化を終えて計算をさらに大規模化する目途が立ちつつある。実際に 2 次元問題であるが、数千個の気泡群の計算が実施可能なところまで研究を進めることができており、気泡流の多様な物理現象の解明に向けた計算基盤の構築を進めることができた。

- ・今後の展望

FT 法における気泡流解析のもう一つの課題は、気泡同士の合体や気泡の分裂過程を考慮する場合に、フロント要素の繋ぎ変えが生じる事である。どのような条件下で繋ぎ変えを実行するかは、現在でも様々な手法が提案されている。今後の課題として、最近発表された Marching Cube 法を基礎にした気泡の合併に関する解析手法 (G. Gennari et al. 2025) に取り組み、その有効性や計算効率、並

列化計算の可能性を検証することを考えている。

## 6.5 乱流中のスカラー揺らぎのモデリング

- ・自己評価 (85 点 / 100 点) と理由

乱流理論による雲乱流の慣性領域のスペクトルの構造予測の検証は、我々が抱える大きな課題の一つであった。直接数値計算では解析が困難な問題に対して、これまで試みられたことのない大規模な LES を用いた解析を実施することで、統計理論が示す結果が妥当であることを示すことができたのは、大きな成果であったと考える。

- ・今後の展望

乱流の特性時間 $\tau(k)$ がスカラー揺らぎの特性時間 $\tau_s$ より長い波数領域と短い領域で過飽和度揺らぎの確率密度関数や高次モーメントがスケールとともにどのように変化するかを解析する。過飽和度の LES における渦拡散係数は試行錯誤的に決定してきた。これは、直接数値計算 (DNS) によると渦拡散係数は低波数側に向かってゆっくりと増大し乱流理論とは異なるためである。この現象の理論的説明を行うとともにより根拠のある仕方で渦拡散係数のモデリングを行い検証していく予定である。

また、雲粒子成長を DNS で一定時間追跡しその特性をより大きなスケールでの雲乱流 LES に接続する新たな手法を開発することが挙げられる。1 辺 500m, 格子幅 0.5m 程度の立方体内で雲粒子の LES を行うとともに、1 辺 1m, 格子幅 1mm 程度の雲乱流の DNS を行う。LES からは SGS スケールへのエネルギー輸送率を (LES $\rightarrow$  DNS), DNS から LES へは雲粒子集団の統計特性 (平均粒子数密度, 平均半径, 粒径分布など) を渡す (LES $\leftarrow$  DNS)。このための数値的階層間接続の基本的な手法の開発を目指す。

※7. 研究業績はウェブ入力です