

jh240041

フラクタル樹木に対する大規模流体シミュレーション

大西 領（東京科学大学）

概要

樹木の流体力学的特性を明らかにするため、適合細分化格子法（AMR）と格子ボルツマン法（LBM）を組み合わせた AMR-LBM により、高分解能かつ高レイノルズ数での大規模数値シミュレーションを行う。末端枝まで考慮した詳細な解析を可能にし、GPU を活用して計算効率も確保した。樹形の影響を評価するため、分岐構造を生成する L-system を用いて形状と複雑度を制御し、フラクタル的な樹木構造と流体挙動の関係を解析した。本研究では、樹高基準レイノルズ数が 12 万を達成し、樹木を対象とした数値シミュレーションとしては世界最大規模のレイノルズ数を実現した。その計算結果を解析することにより、抗力係数のレイノルズ数依存性や樹木の複雑度の影響を解明した。さらに、詳細な乱流解析により、樹木後流域が広範囲にわたって非平衡状態であることを明らかにした。

1. 共同研究に関する情報

- (1) 共同利用・共同研究を実施している拠点名
東京科学大学 情報基盤センター

課程、数値計算の実施補助と結果の解析（2024 年 8 月追加）

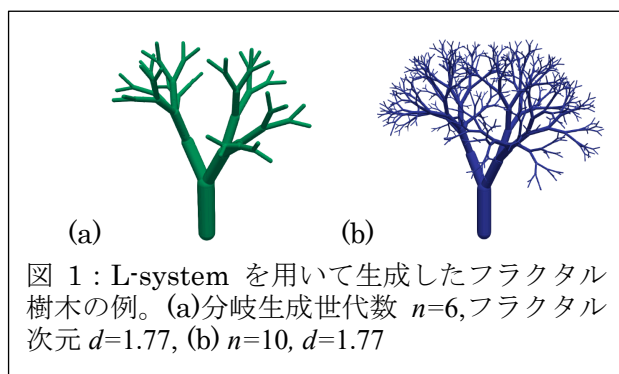
(2) 課題分野

大規模計算科学課題分野

(3) 参加研究者一覧と役割分担

- 大西領、東京科学大学・総合研究院スーパーコンピューティング研究センター、情報基盤センター（兼務）、研究統括
- 渡辺勢也、九州大学・応用力学研究所、プログラム改良およびチューニング
- Yin Yuwei、東京科学大学・工学院機械系・博士後期課程、数値計算の実施と結果の解析、コード改良
- 青木尊之、東京科学大学・総合研究院スーパーコンピューティング研究センター、プログラム改良補助
- 常盤 匠、東京科学大学・工学院機械系・修士

2. 研究の目的と意義



【研究の背景・意義】近年、熱中症は災害と認識されるようになっており、大きな社会問題の一つである。温暖化、都市化によるヒートアイランド現象、高齢化の進行により、今後さらに深刻化すると考えられ、効果的な対策が望まれる。歩行者の暑熱環境を緩和する効果が期待されるものとして、街路樹や公園樹木が挙げられる。樹木が熱・風環境に与える影響までを考慮して、歩行者レベ

ルの**微気象**（人工物や人間活動の影響を強く受ける地表付近の気象現象）を精度良く予測できれば、歩行者に対する効果的な熱中症対策につながると期待される。実際、都市の微気象シミュレーションと人体温熱応答シミュレーションを融合させることで、都市街区歩行者の深部体温変化を予測する研究が進められている。しかし、そこで用いられる樹木モデルは、抵抗係数が樹種や風速に関わらず一定であることを仮定するなど、現実の樹木の影響を正確に評価できていない可能性がある。

樹種、樹形や樹齢によって、その樹木が周囲の熱・風環境に与える影響、つまり流体力学的特性は異なる。樹木の流体力学的特性として、その抵抗係数 C_d が計測、算出されてきた。しかし、これまでに得られた C_d の範囲は 0.1 から 1.2 と、大きな幅を持つ。その大きな幅の要因を解明するために、さまざまな観測、実験および数値計算研究が行われてきた。しかし、街路樹のような孤立した樹木を対象とした観測は数少ない。また、さまざまな気象条件における観測結果から系統的な結論を得るのは難しく、樹高の数十倍下流まで風の低減効果が見られる、といったマクロ視点の結論を得るにとどまっている。歩行者の熱・風環境を考える際には、孤立樹木単位で、その後流かつ地表付近におけるミクロ視点での定量的な議論が必要である。

【研究の目的】本研究では、樹木の流体力学的特性を大規模数値シミュレーションによって明らかにすることを目的とする。末端枝の影響までを考慮するために、直交格子をベースにして高い分解能を必要とする場所の格子を細分化する適合細分化格子法 AMR (Adaptive Mesh Refinement) 法を用いる。さらに、高レイノルズ数を実現するために、**高効率な GPU 計算に適した格子ボルツマン法 (Lattice Boltzman Method, LBM)** に AMR 法を組み合わせた AMR-LBM を用いる。また、樹形の影響を明らかにするために、L-system (図 1) と呼ばれる、言語構造を記述するための表記法である生成文法を応用した樹形を記述する手法を用いる。この L-system を用いて、分岐パターンを操

作することで樹形を変化させ、分岐生成世代数 n を操作することで複雑度（成長度、樹齢に相当）を変化させる。つまり、L-system によるフラクタル樹木生成と AMR-LBM による超大規模数値流体シミュレーションにより、樹木の流体力学的特性の樹形とレイノルズ数に対する依存性を明らかにする。

3. 当拠点の公募型共同研究として実施した意義

本研究で使用した AMR-LBM は GPU システムを最大限に利用できる。東京科学大の TSUBAME4.0 の GPU システムを、公募方共同研究を通じて、効率的に利用して成果をあげることができた。研究成果は、熱中症などの健康分野だけでなく、まちづくり、土木や農学分野など広範な応用範囲のある学際的な発展が見込める。その観点でも有意義であると自負している。

4. 前年度までに得られた研究成果の概要 該当なし

5. 今年度の研究成果の詳細

5.1. 数値計算手法

(1) 格子ボルツマン法

数値計算には、Cumulant衝突項を導入した格子ボルツマン法 (LBM) に基づくコード[1]を用いた。本コードは、複雑な形状を有する物体周りの乱流計算において有効性が実証されており、既往研究[2,3,4]においても使用されている。LBMは、流体を仮想粒子の集合として扱い、各粒子の速度分布関数の時間発展を計算することで流れ場を求める手法である。LBMは完全陽解法であるため、従来の差分法における圧力計算に必要なポアソン方程式のような反復計算を含まず、大規模数値計算において高い計算性能を実現できる。

(2) AMR (adaptive mesh refinement) 法

フラクタル樹木の境界層および後流領域を高精度に解像するためには、高解像度の格子が必要である。しかし、計算領域全体に一律な高解像度格

子を用いると、格子点数が非常に多くなり、膨大な計算資源を要することとなる。精度を維持しつつ、計算コストを抑えるために、本研究では適合格子細分化法（adaptive mesh refinement：AMR法）を用いた。AMR法では、計算格子を再帰的に細分化することにより、任意の領域に対して高解像度格子を割り当てることが可能である[5]。具体的には、樹木表面近傍には最も細かい格子を、後流領域にはやや細かい格子を、それ以外の遠方領域には粗い格子をそれぞれ割り当てた。AMR-LBMに関するより詳細な説明については、先行研究[1]を参照されたい。

(3) Interpolated bounce-back法

LBMは直交格子を用いて計算を行う手法である。フラクタル樹木表面のような格子方向に一致しない物体形状に対しては、従来の階段状の形状表現を避け、境界条件の設定には二次精度のinterpolated bounce-back法[6]を導入した。物体表面に作用する流体力は、物体境界における速度分布関数と物体との間の運動量交換[7]に基づいて算出した。各格子点において、物体表面で跳ね返った速度分布関数の運動量変化を計算し、それらを物体表面全体にわたって積分することで、物体に作用する力を求めた。

(4) パラメトリックL-system

式(1)に示すパラメトリックL-system[8]を用いて、フラクタル樹木モデルを生成した。

$$\begin{aligned}
 &\omega: A(100, w_0) \\
 &p_1: A(s, w): s \geq \min \rightarrow ! (w) F(s) \\
 &\quad [+ (\alpha_1) / (\varphi_1) A(s * r_1, w * q^e)] \\
 &\quad [+ (\alpha_2) / (\varphi_2) A(s * r_2, w * (1 - q)^e)]
 \end{aligned} \tag{1}$$

1行目では幹のパラメータを定義し、以降の行で分岐の生成規則を定義している。詳細な定義および説明は[9]に示されている。樹高 H が1 mとなるように、図2に示す3種類の樹木モデルを生成し、

Basic樹木と名付ける。樹木生成に使われたパラメータは[9]と同じである。

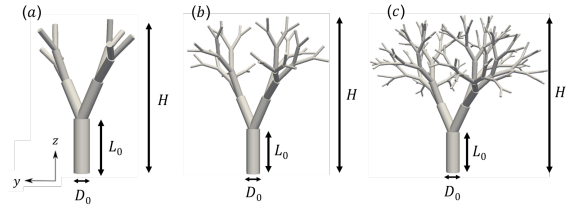


図2 Basic フラクタル樹木の 3D モデル (a) $n = 4$; (b) $n = 6$; (c) $n = 8$

(5) 計算設定

計算領域は $32H \times 16H \times 16H$ である。図3に示すようにシミュレーションにおける座標系を (X, Y, Z) 、後流解析用の座標系を (x, y, z) と定義する。樹木の重心は $(X, Y, Z) = (8H, 8H, 8H)$ に配置され、中心線 $(y/H = 0, z/H = 0.5)$ が x 軸に沿うように設定した。樹木後方の計算境界に流出条件を、それ以外の計算境界には x 方向の一様流 (U_∞) を流入条件として与えた。樹木は剛体として扱っている。

$n = 4, 6, 8$ における樹木表面近傍の最小格子幅は、それぞれ $\Delta x/H = 1/1024, 1/1024, 1/2048$ であり、後流領域（長さ約 $8H$ ）には $\Delta x/H = 1/512$ の格子を割り当てた。 $Re_H = 120,000$ において、後流の格子幅はコルモゴロフスケール η に対して $\Delta x/\eta \approx 2$ である。図4に、 $n = 8$ の場合のAMR格子分布を示す。総格子点数は、 $n = 4, 6, 8$ の場合でそれぞれ約 $1.68 \times 10^9, 1.71 \times 10^9, 2.36 \times 10^9$ である。計算はスーパーコンピュータTSUBAME4.0上で最大16基のNVIDIA H100 GPUを用いて実施し、無次元時間 $U_\infty t/H = 60$ に到達するまでに48–72時間を要した（ t は物理時間を表す）。 $Re_H = 2,500, 10,000, 60,000, 120,000$ の4ケースについて計算を行った。

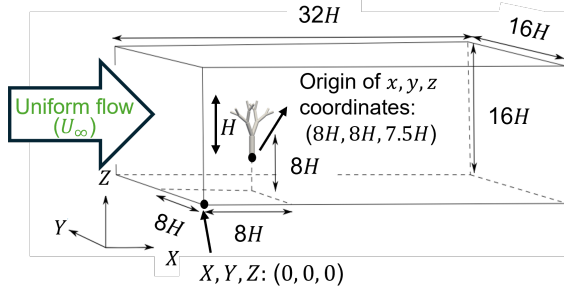


図 3 計算領域

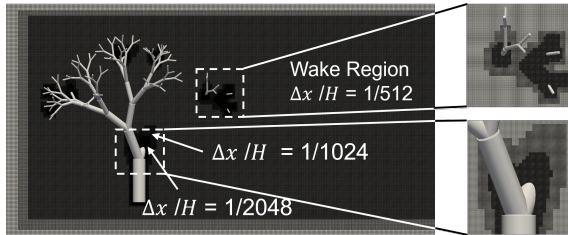


図 4 $n = 8$ 樹木付近の AMR 格子

5.2. 結果と考察

(1) 抗力係数

図5に抗力係数 C_D の Re_H に対する変化を示す。直接場計測[10]では、少なくとも $Re_H = 25,000$ までは C_D が Re_H の増加に伴って減少することが示されている。風洞実験[11]においては、 $Re_H \geq 60,000$ の領域では C_D がほぼ一定となることが報告されている。本研究の数値シミュレーションにおいても、 C_D は $Re_H = 2,500$ から $10,000$ にかけて減少し、 $Re_H = 120,000$ ではほぼ一定値となっており、先行研究の結果と定性的に一致している。

図6は、 $n = 8$ のフラクタル樹木周りの速度勾配テンソルの第二不変量 (Q 値) の等値面を、 $Re_H = 2,500$ および $120,000$ において可視化したものである。 $Re_H = 2,500$ の場合、樹木中央部および下部の後方に細長いストリーク構造が現れる一方、 $Re_H = 120,000$ では多数の小さな渦が現れており、強い乱流場が形成されていることが分かる。これらの結果は、本研究で扱う L-system に基づいて構築されたフラクタル樹木モデルの妥当性を裏付けるものである。

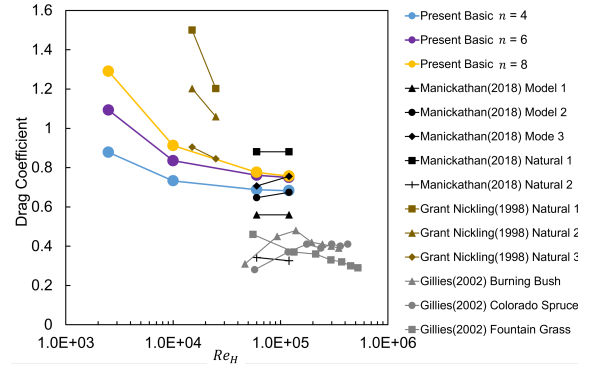


図 5 本研究で得られた $C_D - Re_H$ 関係と既往研究との比較

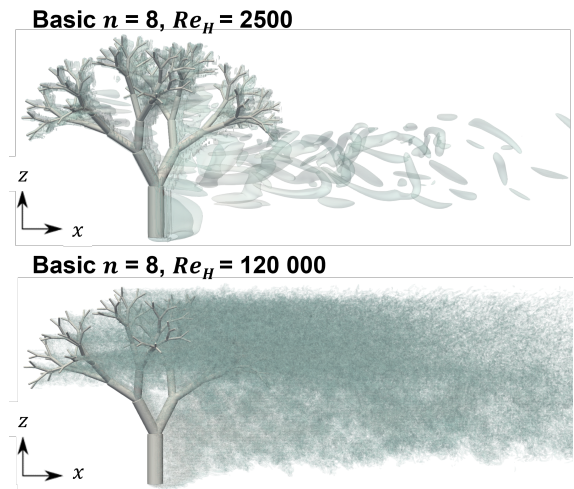


図 6 $Re_H = 2500$ および $Re_H = 120,000$ における $n = 8$ 樹木の Q 値等値面

(2) 乱流強度

樹木の複雑な形状は高度に三次元的な流れ場を生じさせる。そこで、Laizetらの解析[12]に倣い、本研究では、 $y - z$ 平面内における乱流強度 $\frac{u_{avg}'}{U_\infty}$

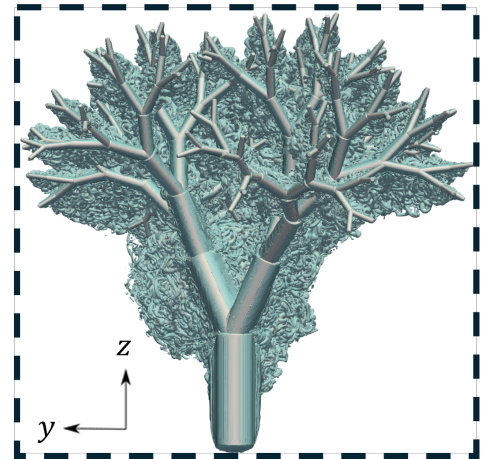
$\frac{\sqrt{\frac{1}{3} \sum_i u_i'^2}}{U_\infty}$ の空間平均値に着目して解析を行った。ここで、 u_i' は i 方向の速度変動成分である。

図7(a)に示すように、 $y - z$ 平面は樹木の外形に沿う長方形領域として定義し、 x 方向への投影面積が最小となるように選定した。乱流強度はこの平面内で y および z 方向にわたって平均化された。図7(b)に空間平均された乱流強度の流れ方向の変化

を示す。 $n = 4, 6, 8$ における平均乱流強度はいずれも急激に成長する領域と減衰する領域を示し、それらの境界にピークが存在し、ピークは $x/H = 0.4$ 付近に位置する。ピーク値に関しては、 $n = 4$ の場合は 10.2%の高い値を示し、 $n = 6$ および $n = 8$ のそれぞれ 7.0%、6.9%と比較して顕著に高い。この差異は、 $n = 4$ の後流において大スケールの乱流が支配的であり、小スケールの乱流よりも乱流強度が高くなる傾向があることに起因すると考えられる。一方、 $n = 6$ および $n = 8$ は分岐生成世代数が高いため、枝がより細く密になり、後流では小スケールの乱流が支配的になる可能性がある。

減衰率に関しては、 $n = 8$ において樹木近傍の後流領域 ($x/H \leq 2.0$) で明らかに速い減衰が見られる。 $x/H = 1.0$ において $n = 8$ の乱流強度は3.8%に低下し、ピーク値の約 54.8%に相当する。一方、 $n = 4$ および $n = 6$ の場合はそれぞれ7.3%、4.7%であり、ピーク値の71.5%と66.4%に相当する。 $n = 8$ の後流領域では小スケールの乱流が支配的である可能性があり、小スケールの乱流は大スケールの乱流よりも早くエネルギーが散逸する傾向があり、 $n = 8$ 樹木近傍の後流領域 ($x/H \leq 2.0$) における平均乱流強度の急速な減衰に寄与していると考えられる。

(a)



(b)

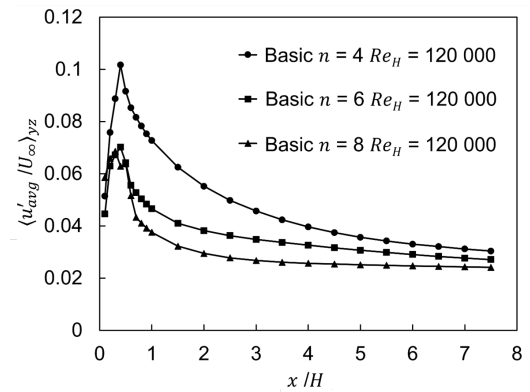


図 7 (a) 空間平均を取得するために用いた $y-z$ 平面および (b) $Re_H = 120,000$ における $n = 4, 6, 8$ 樹木の乱流強度の流れ方向の変化。角括弧 $\langle \cdot \rangle_{yz}$ は y および z 方向に対する平均を表す。

(3) 乱流レイノルズ数

本節では、 $n = 8$ 樹木に着目し、後流領域の乱流レイノルズ数を評価する。分かりやすさのために、ここでは $n = 8$ 樹木のデータのみを示すが、他のモデルにおいても類似な傾向が確認されている。

図8は中心線上のテイラーマイクロスケール λ に基づくレイノルズ数（乱流レイノルズ数） $Re_\lambda = u'\lambda/\nu$ の分布を示す。ここで、 ν は動粘性係数である。低レイノルズ数条件 ($Re_H = 2500$) においては、 Re_λ のピーク値はかなり小さく、約30を下回っており、乱流とみなすには不十分である。 Re_H の増

加とともに Re_λ は全体的に上昇し、ある程度下流に進むと Re_λ は概ね一定値となる。具体的には、 Re_λ は $Re_H = 10,000$ において約 $x/H \geq 3.0$ で、 $Re_H = 60,000$ と $120,000$ においては約 $x/H \geq 4.0$ 付近から概ね一定となっている。この現象は、流れ方向において u' が緩やかに減少し、 λ が緩やかに増加することにより、 Re_λ が概ね一定となることに起因していると考えられる。

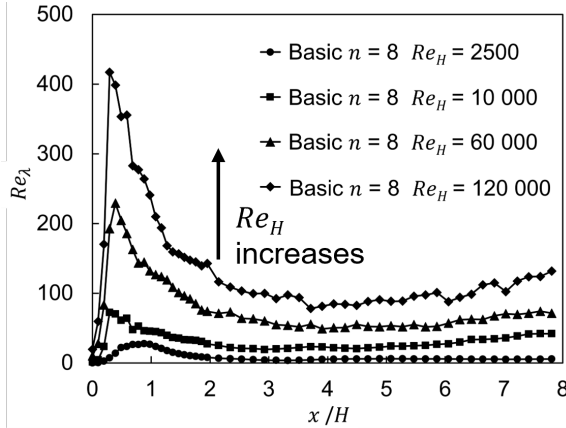


図8 $n = 8$ の場合の中心線乱流レイノルズ数

(4) 等方性

本節では、高レイノルズ数条件における $n = 8$ 樹木（他のモデルも同様の傾向を示す）に着目し、後流領域の等方性を評価する。まず、大スケールに関連するグローバル等方性を評価し、次に小スケールに関連する局所等方性を評価する。

図9と図10には $n = 8$, $Re_H = 120,000$ におけるグローバル等方性(u'/v' , u'/w' , v'/w')および局所等方性(K_1 , K_3)指標を示す。ここで $K_1 = 2\overline{(\frac{\partial u}{\partial x})^2} / \overline{(\frac{\partial v}{\partial x})^2}$, $K_3 = 2\overline{(\frac{\partial u}{\partial x})^2} / \overline{(\frac{\partial u}{\partial y})^2}$ である。約 $x/H \geq 0.6$ の領域では、グローバルおよび局所等方性指標はいずれもおおよそ1.0の値を中心に分布しており、フラクタル樹木後流が概ね等方的であることを示唆している（ $Re_H = 60,000$ においても同様の傾向が確認されている）。これはフラクタル格子乱流の場合[13]と定性的に一致している。

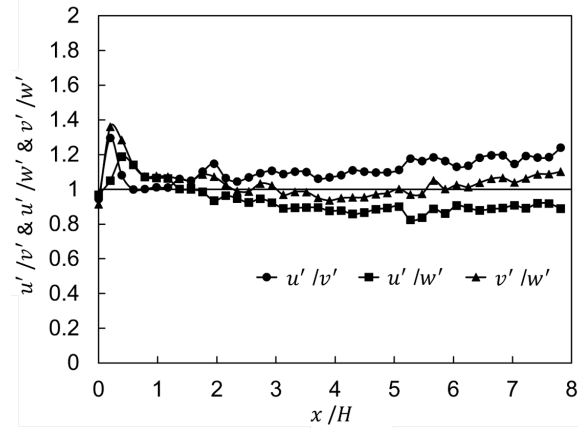


図9 $n = 8$, $Re_H = 120,000$ の場合の中心線グローバル等方性指標

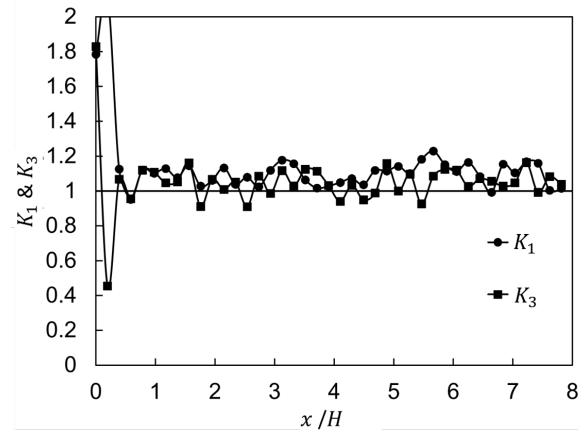


図10 $n = 8$, $Re_H = 120,000$ の場合の中心線局所等方性指標

(5) エネルギー散逸と非平衡散逸挙動

図11に、高レイノルズ数条件($Re_H \geq 60,000$)における中心線上の Re_λ に対する C_ϵ の変化を示す。全体として、 Re_λ の増加に伴い C_ϵ は減少する傾向を示している。 $Re_H = 60,000$ における $n = 4, 6, 8$ の場合、一部の $Re_\lambda < 100$ の領域では、低レイノルズ数効果（粘性の影響）が C_ϵ に及んでいる可能性がある[14]。一方、 $Re_\lambda \geq 100$ の領域では全体として、 C_ϵ は概ね Re_λ^{-1} に比例しており、これはフラクタル格子乱流

の先行研究結果[13,15,16,17]と定性的に一致している。

図12に、中心線上の x/H に対する C_ϵ の変化を示す。各フラクタル樹木において、 C_ϵ が急激に増加する樹木近傍の後流領域と、その下流側で C_ϵ がほぼ一定となる領域が確認される。これら二つの領域の境界は、 $Re_H = 60,000$ の場合には $n = 4, 6, 8$ 全てにおいておよそ $x/H = 4.0$ に位置し、 $Re_H = 120,000$ の場合には $n = 4, 6, 8$ においておよそ $x/H = 4.0 - 5.0$ に位置する。

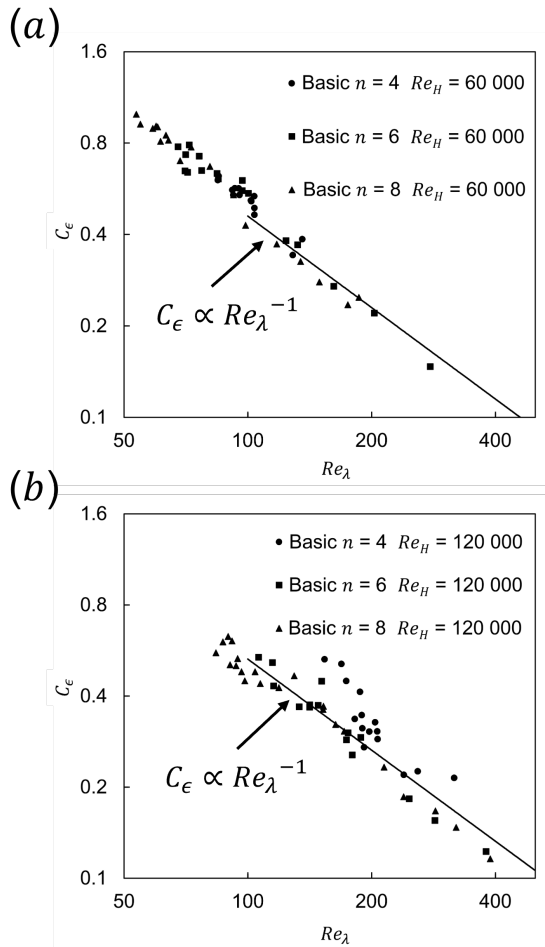


図 11 (a) $Re_H = 60,000$ および(b) $Re_H = 120,000$ における $C_\epsilon - Re_\lambda$ 関係

5.3. 今年度の研究成果まとめ

これまでに樹高基準レイノルズ数 $Re_H = 120,000$ に達する中規模計算まで完了した。本研究計画の中では中規模ではあるが、樹木を対象とし

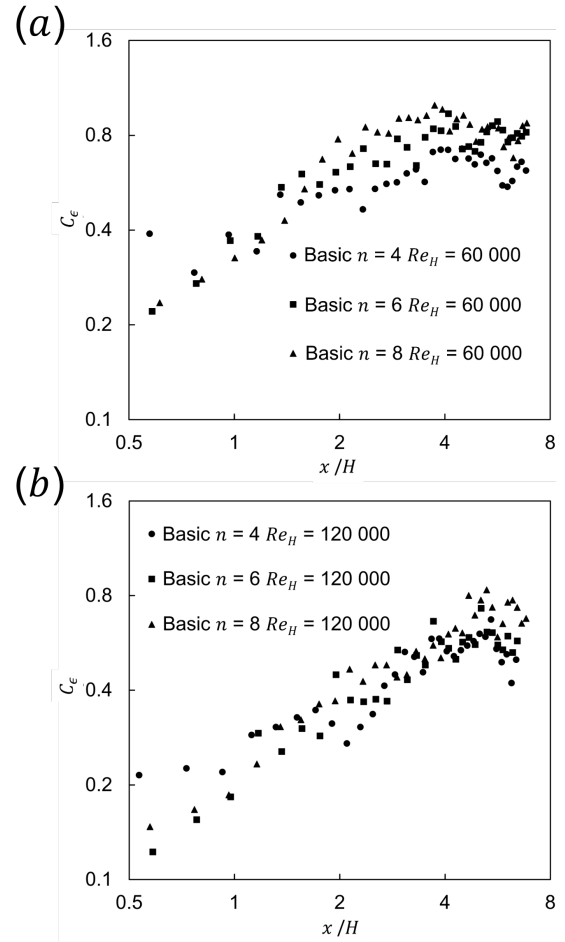


図 12 (a) $Re_H = 60,000$ および(b) $Re_H = 120,000$ における $C_\epsilon - x/H$ 関係

た数値シミュレーションとしては世界最大のレイノルズ数を達成している。十分大きなレイノルズ数を達成できたことで、抗力係数 C_D のレイノルズ数依存性を解明することに成功した。さらに、樹木の複雑度の影響も解明できた。抗力係数 C_D だけでなく、詳細な乱流解析を行うことで、樹木後流域が下流の広範囲に渡って非平衡状態であることを明らかにすることにも成功した。

参考文献

- [1] Watanabe, S. & Aoki, T. 2021 Large-scale flow simulations using lattice Boltzmann method with AMR following free-surface on multiple GPUs. *Computer Physics Communications* **264**, 107871.
- [2] Watanabe, S., Hu, C. & Aoki, T. 2023 Coupled

- lattice Boltzmann and discrete element simulations of ship-ice interactions. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering* **1288** (1), 012015.
- [3] 大橋遼河, 青木尊之, 渡辺勢也, 小林宏充: 低スピンレートで回転する野球ボールの空力解析〜フォークボールの縦の変化の解明〜, *ながれ***40** (2021) pp. 343-355
- [4] 長谷川雄太, 青木尊之, 小林宏充, 白崎啓太: 格子ボルツマン法による自転車競技の集団走行の大規模 LES 空力解析, 日本機械学会論文集, **85**(870) (2019) 18-00441.
- [5] Wahib, M., Maruyama, N. & Aoki, T. 2016 Daino: a high-level framework for parallel and efficient AMR on GPUs, In SC'16: Proceedings of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis, pp. 621–632. IEEE.
- [6] Bouzidi, M. H., Firdaouss, M., Lallemand, P.: Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries, *Physics of Fluids* **13**(11) (2001) 3452-3459.
- [7] Wen, B., Zhang, C., Tu, Y., Wang, C. & Fang, H. 2014 Galilean invariant fluid-solid interfacial dynamics in lattice Boltzmann simulations. *Journal of Computational Physics* **266**, 161–170.
- [8] Prusinkiewicz, P., Hammel, M., Hanan, J. & Mech, R. 1996 L-systems: from the theory to visual models of plants. *Proceedings of the 2nd CSIRO Symposium on Computational Challenges in Life Sciences* **3**, 1–32.
- [9] Yin, Y., Onishi, R., Watanabe, S., Segrovets, I., Nagata, K. and Aoki, T. 2025 Numerical study of fractal-tree-generated non-equilibrium turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **1007**, A45.
- [10] Manickathan, L., Defraeye, T., Allegrini, J., Derome, D. & Carmeliet, J. 2018 Comparative study of flow field and drag coefficient of model and small natural trees in a wind tunnel. *Urban Forestry & Urban Greening* **35**, 230–239.
- [11] Grant, P. F. & Nickling, W. G. 1998 Direct field measurement of wind drag on vegetation for application to windbreak design and modelling. *Land Degradation & Development* **9** (1), 57–66.
- [12] Laizet, S. & Vassilicos, J.C. 2015 Stirring and scalar transfer by grid-generated turbulence in the presence of a mean scalar gradient. *Journal of Fluid Mechanics* **764**, 52–75.
- [13] Gomes-Fernandes, R., Ganapathisubramani, B. & Vassilicos, J.C. 2012 Particle image velocimetry study of fractal-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **711**, 306–336.
- [14] Vassilicos, J. C. 2015 Dissipation in turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* **47**, 95–114.
- [15] Seoud, R. E. & Vassilicos, J. C. 2007 Dissipation and decay of fractal-generated turbulence. *Physics of Fluids* **19** (10), 105108.
- [16] Nagata, K., Saiki, T., Sakai, Y., Ito, Y. & Iwano, K. 2017 Effects of grid geometry on non-equilibrium dissipation in grid turbulence. *Physics of Fluids* **29** (1), 015102.
- [17] Valente, P. & Vassilicos, J. C. 2012 Universal dissipation scaling for nonequilibrium turbulence. *Physical Review Letters* **108** (21), 214503.

6. 進捗状況の自己評価と今後の展望

これまでに樹木に対する数値シミュレーションとしては世界最大のレイノルズ数を達成し、樹木周り流れの流体力学的特性や樹木後流域の非平衡乱流の一端を解明することに成功した。これら成果をまとめて流体力学分野のトップジャーナルである *Journal of Fluid Mechanics* 誌に発表できた。国内会議

および国際会議でも口頭発表しており、想定を上回る進捗を得た。

既に、 $Re_H=100$ 万の大規模計算の実験により統計量も得られている（未発表）。さらに、 $Re_H=280$ 万の超大規模計算の実験準備も完了した。来年度は、超大規模計算の本格実施を行うことで、フラクタル樹木の抵抗係数のレイノルズ数依存性、および、後流域の非平衡乱流を解明する。

※7. 研究業績はウェブ入力です