

Dirac 流モノポールによる QCD のカラー閉じ込め機構の モンテ・カルロ研究

鈴木恒雄（大阪大学）

概要

SU3QCD で、新しいモノポールが本当に連続極限を持っているかどうかの研究に本格的に取り組んだ。そのために、前年度と違って、 48^4 という大きな格子上で、相互作用定数ベータは、2.3—3.5 までの 13 点で (1) まずは、モノポールによる閉じ込めから期待される弦定数が、可換部分のポテンシャルやモノポール部分のポテンシャルから決まる弦定数と厳密に一致するかどうかをなめらかな MAG という部分固定のもとで、調べた。その結果、可換部分の弦定数とはベータが 2.8-3.5 の範囲で、モノポール部分の弦定数とは、3.2-3.5 の範囲で一致することを確認、連続極限の存在を示す Asymptotic scaling を満たしていることを確かめた。次に、モノポールに関する block-spin 変換に基づく繰り込み群という筆者たちが開発してきた手法で、モノポールの密度と有効モノポール作用のふるまいを調べ、これらの物理量が、本来格子間隔 $a(\beta)$ とブロックスピン変換の回数 n との 2 点関数であるが、実際は、 $b = na(\beta)$ のみの関数となること、つまり SU2 と同様にきれいな scaling を満たすことを示した。この scaling の振る舞いは、まさに連続極限を示す結果であり、現在論文としてまとめ投稿中である。

1 共同研究に関する情報

1.1 共同研究を実施した拠点名

- 大阪大学 サイバーメディアセンター

1.2 課題分野

- 大規模計算科学課題分野

1.3 共同研究分野 (HPCI 資源利用課題のみ)

「超大規模数値計算系応用分野」

1.4 参加研究者の役割分担

鈴木恒雄 研究代表者で計算の実行まとめ
石黒勝也 研究分担者で計算のコード開発、分担実行

2 研究の目的と意義

半世紀以上の未解決重大問題である量子色力学 QCD でのカラーの閉じ込め問題を、磁氣的モノポールの真空凝縮の考えで解明する。

「1」QCD では、カラー電荷を持つ粒子だけで構成される理論である。カラー電荷を持った粒子が、外部に飛び出さないというカラーの閉じ込めが生じていることが知られているが、そのもっとも有力なメカニズムが、'tHooft と Mandelstam によって 1975 年に提唱された QCD の中に何かカラー磁荷を持った monopole が存在し、それが真空中に凝縮して、双対マイスナー効果が起こるという考えである。しかしカラー電荷しか持たない QCD からどのようにカ

ラー磁荷を持ったモノポールが出てくるかということはいまだに未解決である。筆者は、2014年に、ゲージ場が特異的であれば、ビアンキ恒等式の破れが起こり、その破れが、8個の可換な保存則をみたす磁気的なモノポール流とみなせることを、発見した(1)。共変微分を $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ と書くと、ヤコビの恒等式から $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}[D_\nu, [D_\rho, D_\sigma]] = 0$ が示せる。すると

$$\begin{aligned} D_\nu G_{\mu\nu}^* &= -\frac{i}{2g} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} [D_\nu, [\partial_\rho, \partial_\sigma]] \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} [\partial_\rho, \partial_\sigma] A_\nu = \partial_\nu f_{\mu\nu}^*, \quad (1) \end{aligned}$$

という関係式が示せて、 $[\partial_\mu, \partial_\nu] A_\alpha(x) \neq 0$ だと、この両辺はゼロでなくなる。左辺はいわゆる non-Abelian ビアンキ恒等式の破れを示し、右辺は、可換 monopole の存在を示している。このような場の異常性に起因するモノポールは量子電磁気学 (QED) で 1905 年に Dirac によって予言されたが、その非可換 QCD 理論への拡張になっている。このようなゲージ場の特異性に起因するモノポールは、人為的なゲージ固定や QCD を拡張しなくても、QCD での磁気的なモノポールが定義でき、そのモノポールの真空凝縮が起こっていれば、双対マيسナー効果によって、カラーの閉じ込めが理解できる。これは、まったく新しいカラー閉じ込め機構のアイデアで、これまでなされたように QCD に滑らかなゲージ固定のような人為的な仮定を持ち込まなくても、モノポールが定義できる点で画期的である。筆者は、このようなモノポールが、連続極限を持っていることをモノポール密度やモノポール有効作用で、格子 SU2QCD で のモンテ・カルロ計算機実験で、ブロックスピン変換という方法を用いて示した(2)。「2」本研究計画では、大規模な(大規模格子、長時間)モンテ・カルロ計算機実験で(1)グルーオンのみの PureSU3QCD で、弦定数やグルー

ポールの質量などの非摂動効果が、モノポールのみで理解できるかどうか?(2) SU2QCD でのモノポールの連続極限での結果が、現実の SU3QCD でも成立しているかどうか?(3) 双対マيسナー効果が実現しており、SU3QCD での真空のタイプはどうなっているか?(4) クォーク場を含む fullSU3QCD で (a) 新しいモノポールに対応するスカラーのモノポール場の質量、相互作用、観測可能性の検討、(b) ハドロン質量における dynamical mass generation がモノポール凝縮で理解できるか?(c) カイラル対称性の自発的破れとモノポールの関係、(d) クォークグルオン相からハドロン相への相転移および相転移温度の上下での非摂動的な振る舞いが、モノポールで理解できるかを解明し、半世紀間にわたる未解決問題への解決を目指す。筆者は、1990 年から、金沢大学の研究グループ代表として、主として、特別な滑らかなゲージ固定後の双対マيسナー効果のモンテ・カルロ法による研究を行ってきており、すでに多くの論文を発表してきた。しかし、自然がそのような特別なゲージ条件を満たす理由はなく、モノポール凝縮による閉じ込めを説得するには、まだ不十分である。退職後は、大阪大学 RCNP で高知大学の石黒克也氏と共同研究を続けてきている。現在国内外で、カラーの閉じ込め研究やモノポールの研究を直接しているグループは少なくなっているが、この問題は依然未解決のままである。

3 当拠点公募型研究として実施した意義

SU3 QCD で新しい monopole が、連続極限をもって現実世界で重要な働きをしているかを調べることを昨年度に続き今年度の目標とした。昨年度は、まずは、一切の近似を追加せずに、新しいモノポールで、双対マيسナー効

表1 The ratio of the Abelian and the non-Abelian string tensions σ_a/σ_F determined by applying the multilevel method in the Wilson action.

Lattice size	β	σ_a/σ_F
12^4	5.6	0.87(13)
16^4	5.6	1.05(9)
12^4	5.7	0.91(8)
12^4	5.8	1.01(11)

表2 String tensions from Polyakov-loop correlations in the Wilson action at $\beta = 5.6$ on $24^3 \times 4$.

Types of the potential	σa^2
non-Abelian	0.178(1)
Abelian	0.16(3)
monopole	0.17(2)
photon	-0.0007(1)

果が示せることを調べ、一定の有望な結果が得られ論文として発表した。しかし、過去に行った SU2 と違って、SU3 の計算は、予想以上に、膨大な時間を必要とし、小さな格子上で、限られた β のみしかできなかつた。これでは、連続極限を持って現実世界で重要な役割を果たしているという証明にはならず、どうしてもより大きな格子上で無限大空間極限、及び連続極限を示すために多くの β で調べて、 $\beta \rightarrow 0$ を確かめなければならない。そのためには、格子空間での人為的なモノポールをなるべく減らす操作を追加せざるを得ず、最大可換ゲージ (MAU12) という追加的なゲージ固定を行った。クォーク質量無限大の近似に対応するクエンチ近似での SU3 に関しては、大きな 48^4 格子上で、13 点の β で MAU12 という限られた格子真空を滑らかにするゲージ条件下で、予想通りの結果を出せた。研究成果は、まとめて

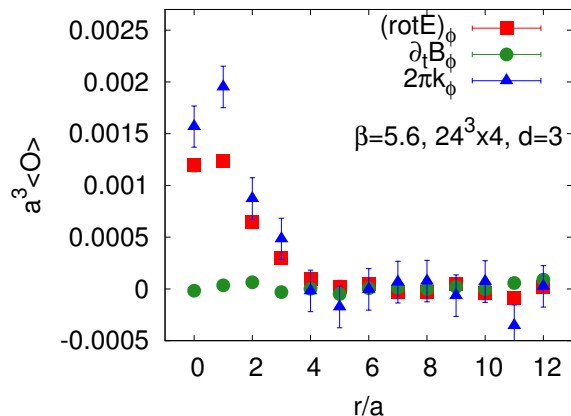


図1 The dual Ampère's law with $d = 3$ at $\beta = 5.6$ on $24^3 \times 4$ lattices.

投稿中である。しかし、予定通りに進んでいない点としては、MAU12 以外に別のなめらかなゲージ、SU2 で実現していた最大センターゲージ (MCG) などでの研究も試みたが、SU3 の場合は、非常に多くの局所最大点が存在しており、正しい真空配位を決定することが、大変困難で、まだできていない。simulated annealing といった追加的な操作での計算が必要で、現在計画している。さらに格子真空公開データベースで公開されているクォーク質量が小さな現実の配位に関して、新しいモノポールが重要な役割をしているかどうか？やモノポールへの軽いクォークの効果の研究も、途中段階である。この研究では、どうしても格子分割などの手法が必要で、これまで利用してこなかった手法の新規開発が必要となるが、まだできていない。一つの理由としては、共同研究者である、高知大学の石黒氏が、昨年6月ころから病気となり、ほとんどの期間、基本的に一人でやらざるを得なくなり、進展が大変遅れた。

大阪大学のサイバーメディアセンターのベク

トル型計算機 SX-Aurora を用いた計算は、これまで長年開発してきたベクトル計算機用のコードが使えて有効であった。しかし、最大メモリーが1ノードあたり48GBで現在としては大変小さく、 96^4 の公開されているデータを用いて計算するには、MPIを用いた格子分割をしなければならず、これまで開発してきたリストベクトルが使えず、新たに開発する必要があり、現在行っている。さらに、クォーク質量が小さな現実のQCDの真空の場合は、ベクトル機の場合、計算誤差が大きくなるということが起こっており、(CPU-modeでは起こっていない)原因は現在まだ解明中である。

4 前年度までに得られた研究成果の概要

研究の目的の(1)グルオンのみのPureSU3QCDで、弦定数やグルーボールの質量などの非摂動効果が、モノポールのみで理解できるかどうか?及び(3)双対マイスナー効果が実現しており、SU3QCDでの真空のタイプはどうなっているか?に関しては、昨年度から引き続き、ゲージ場の真空をなめらか(つまり格子理論特有のごみのmonopoleの少なくする)にする追加的なゲージ固定などの操作なしに、調べてきたが、SU3の計算は、SU2と比較して予想以上に困難で、やむを得ず $24^3 \times 4$ という小さい格子上で、結合定数が $\beta = 5.6$ という1点では予想を支持する結果が得られたので、そこでいったん打ち切り、論文を出版した。それらの結果は、

1. Multilevel法という強力な計算法を採用して、可換成分からの弦定数が、もともとの弦定数を100%再現しているかどうかを、いくつかの格子サイズとWilson作用でいくつかの β で調べ、表1にあるよう

に、予想通りの結果を得た。

2. さらにmonopoleによる弦定数とも一致するという結果を、 $24^3 4$ という小さな格子上で、かつ $\beta = 5.6$ という1点ではあるが、表2にあるように示せた。
3. 双対マイスナー効果を示す、双対アンペール則も図1に示す。monopoleによるソレノイド型の磁流が、電場を絞っていることがよくわかる。

5 今年度の研究成果の詳細

前年度行ったゲージ固定などを行わない研究では、結局大変小さな格子上でのしかも限られた少数の β での計算しか行えなかった。したがって、有望な結果は得られたものの、有限格子サイズ効果や連続極限は調べられていない。2022年度は、この点を集中的に調べた。そのためには、大きな格子上で、有限サイズ効果を少なく、かつ様々な結合定数 β のデータをとって調べる必要がある。このような大きな格子上でモノポールの効果を調べるには、いわゆるlattice artifactと呼ばれる格子理論特有の連続極限を持たないモノポールをなるべく生じないように、格子空間をなめらかにする必要がある。これまでの研究で、非局所的なゲージ変換を行うと、lattice artifact monopoleを少なくしてなめらかにすることができるということが分かっている。

2022年度の行った結果をまとめる。

1. モノポールの連続極限での結果が、現実のSU3QCDでも成立しているかどうか?というテーマの研究を、真空を滑らかにするゲージ固定として最大可換ゲージ(MAU12)を導入して、連続極限を調べてきた。現時点では、岩崎ゲージ作用で $\beta = 2.3 \rightarrow 3.5$ までの13点さらに格子サ

図 2 Ratio of Abelian string tensions versus non-Abelian one on 48^4 .

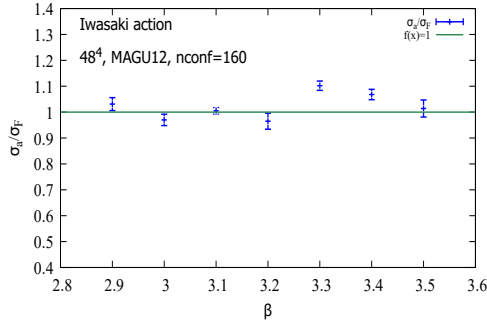
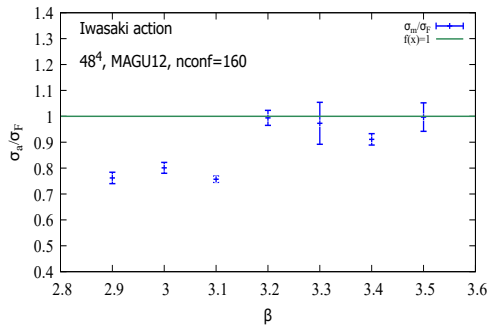


図 3 Ratio of monopole string tensions versus non-Abelian one on 48^4 .



イズは 48^4 で最大可換ゲージのデータを取得し、格子密度の連続極限を調べている。まずは、閉じ込めのオーダーパラメータと言われる弦定数が、モノポールによる閉じ込めで期待される Perfect Abelian dominance, Perfect monopole dominance、つまり可換成分およびモノポール成分の寄与によるポテンシャルにおける弦定数で 100%再現される) かどうかを調べた。その結果は、図 2 および図 3 に示してある。Perfect Abelian dominance は、 $\beta \geq 2.9$ で、Perfect monopole dominance は $\beta \geq 3.2$ という大きな β で実現していること、いわゆる連続極限で期待される Asymptotic scaling が示された。

図 4 Monopole density versus $b = na(\beta)$

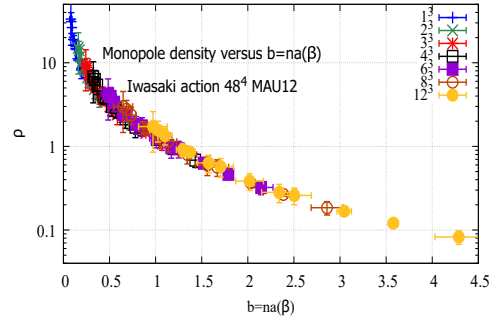


図 5 The self-coupling constant $F(1)$ versus $b = na(\beta)$.

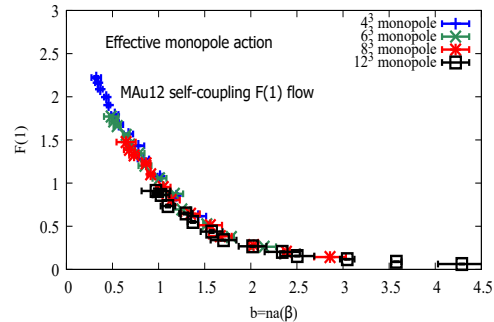
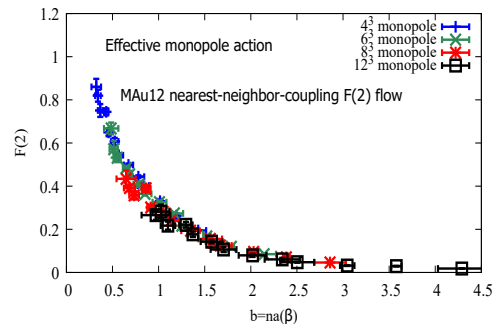


図 6 Nearest-neighbor coupling constant $F(2)$ versus $b = na(\beta)$.



2. 次に、最大可換ゲージ (MAU12) を導入して、真空をなめらかにしたので、SU2 で我々が開発してきたモノポールに関するブロックスピン変換を行って、ブロックスピン繰りこみ群での連続極限を調べた。もとの格子間隔を $a(\beta)$ とすると、格子間隔

図 7 Nearest-neighbor coupling constant $F(3)$ versus $b = na(\beta)$.

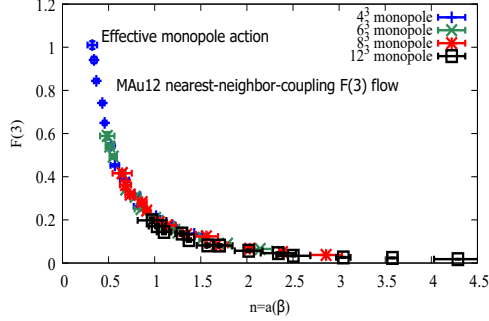
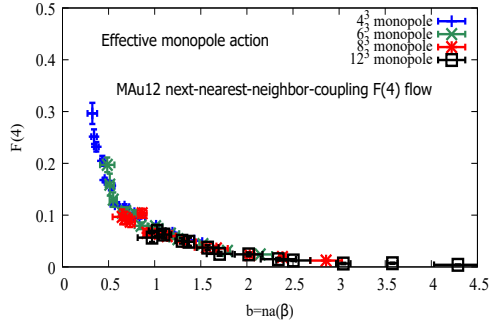


図 8 Next to nearest-neighbor coupling constant $F(4)$ versus $b = na(\beta)$.



$na(\beta)$ の n ブロック格子を考えて、そこで次のような monopole を定義する。

$$\begin{aligned} k_\mu^{(n)}(s_n) &= \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\nu n_{\rho\sigma}^{(n)}(s_n + \hat{\mu}) \\ &= \sum_{i,j,l=0}^{n-1} k_\mu(ns_n \\ &\quad + (n-1)\hat{\mu} + i\hat{\nu} + j\hat{\rho} + l\hat{\sigma}) \\ n_{\rho\sigma}^{(n)}(s_n) &= \sum_{i,j=0}^{n-1} n_{\rho\sigma}(ns_n + i\hat{\rho} + j\hat{\sigma}), \end{aligned}$$

where ここで、 s_n は n ブロック格子上で格子点である。

5.1 monopole 密度の研究

まずは、8 個のカラー平均をとったモノポール密度について調べる。モノポール密

表 3 The quadratic interactions used for the modified Swendsen method. Color index a of the monopole current k_μ^a is omitted.

$\{F(i)\}$	distance	type
$F(1)$	$(0,0,0,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s)$
$F(2)$	$(1,0,0,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + \hat{\mu})$
$F(3)$	$(0,1,0,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + \hat{\nu})$
$F(4)$	$(1,1,0,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + \hat{\mu} + \hat{\nu})$
$F(5)$	$(0,1,1,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + \hat{\nu} + \hat{\rho})$
$F(6)$	$(1,1,1,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + \hat{\mu} + \hat{\nu} + \hat{\rho})$
$F(7)$	$(0,1,1,1)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + \hat{\nu} + \hat{\rho} + \hat{\sigma})$
$F(8)$	$(2,0,0,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + 2\hat{\mu})$
$F(9)$	$(1,1,1,1)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + \hat{\mu} + \hat{\nu} + \hat{\rho} + \hat{\sigma})$
$F(10)$	$(0,2,0,0)$	$k_\mu(s)k_\mu(s + 2\hat{\nu})$

度は、次で定義される無次元量である。

$$\rho = \frac{\sum_{\mu, s_n} \sqrt{\sum_a (k_\mu^a(s_n))^2}}{4\sqrt{8}V_n b^3}, \quad (3)$$

ここで $V_n = V/n^4$ は n ブロックされた格子空間の大きさである。この ρ という量は、定義から $\rho(n, a(\beta))$ という 2 点関数である。しかし、いろいろと n や β を変えて計算すると、図??にあるように、実際は、 $\rho(b = na(\beta))$ のみによる関数となっていることがわかった。つまりスケーリングという現象が観測された。現在は $n = 1 \sim 12$ までのブロックスピン変換しか行っていないが、この傾向が $n \rightarrow \infty$ でも成立していると、ある b に対して、 $a(\beta) \rightarrow 0$ つまり連続極限を意味する。このスケーリング現象は SU2 でも観測されているが、この新しいモノポールが連続極限を持っていることを強く示唆している。

5.2 monopole 有効作用

monopole の赤外有効作用は

$$e^{-S[k]} = \int DU(s, \mu) e^{-S(U)} \times \prod_a \delta(k_\mu^a(s) - \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\nu n_{\rho\sigma}^a(s + \hat{\mu})),$$

で定義され、もとのゲージ場から決定される。実際は、もとのゲージ場から可換モノポールの真空のセットを発生させ、それを再現するような monopole の有効作用を決めるという逆モンテカルロ法を利用する。この方法は筆者たちが昔から開発してきた方法である。実際は、monopole 有効作用の形を制限しなければならない。ここでは、

$$S[k] = \sum_i^{10} F(i) S_i[k], \quad (4)$$

として、近い間隔の monopole 間ほど相互作用が大きくなるということから、表 3 にあるような近距離の 10 点のタイプの 2 点相互作用を採用し、それぞれの相互作用の係数を決定した。図 5 から図 8 に最初の 4 点を示してある。これらからわかるように、きれいな scaling 則、つまり、 $b = na(\beta)$ のみに依存しているというモノポール密度の振る舞いと同じ結果が示している。このデータも連続極限の存在を強く示している。

さらに、 96^4 の格子サイズ上での計算にとりかかっている。このサイズの計算になると、メモリーの関係から、MPI を使って格子分割の方法が必要となるので、そのためのコードの開発を行っている。さらに (4) クォーク場を含む fullSU3QCD での計算の準備として、JLDG に公開されている $32^3 \times 64$, 48^4 と 96^4 のデー

タを利用して、軽いクォーク質量の効果の研究も始めている。

6 今年度の進捗状況と今後の展望

1. 当初計画では、格子サイズ 32^4 で $\beta = 2.4, 2.6, 2.9, 3.1$ と考えていたが、これでは十分な有限格子サイズ効果や連続極限の研究としては、不十分であると考え、上記で記述したように 48^4 格子上で、 $\beta = 2.3 \sim 3.5$ までの 13 点で調べた。この点では、当初計画よりきっちりと調べることができた。
2. 当初計画では、MAU12 以外に MCG でのゲージ固定を行った研究もする予定であったが、MCG ゲージ固定の基本コードの開発はできたが、最大値を求めるべき関数が、非常に多くの局所最大点を持っていることが分かり、真の最大点を探すには、より追加的な simulated annealing などの方法の開発が必要であることが分かり、現在進めている。MAU12 しか調べられていないので、大きな格子上でゲージ依存性はまだ解明されていない。
3. monopole に関するブロックスピン変換での繰りこみ群による連続極限の研究では、monopole density と monopole effective action の双方に関して、SU2 での結果と同様な連続極限を示す scaling 則を発見できた。
4. 有限温度系での相転移のオーダーパラメータの研究は、共同研究者が病気で戦線離脱したためできなかった。
5. 軽いクォーク質量をもった full QCD での研究は、ゲージ固定を行う際に、クォーク質量が大きい真空の場合はなかった大きな丸め誤差が出ることがわかり、原因を解明中である。さらに格子分割による MPI 計算を 96^4 のデータの計算のために行って

いる。

7 研究業績一覧（発表予定も含む）

学術論文（査読あり）

- T. Suzuki, 'Monopoles of the Dirac type and color confinement in QCD - Study of the continuum limit - ', Phys. Rev. D107 (2023),094503
- K.Ishiguro, A.Hiraguchi and T. Suzuki, 'Monopoles of the Dirac type and color confinement in QCD - First results of $SU(3)$ numerical simulations without gauge fixing - ', Phys. Rev. D106 .014515 (2022), arXiv:2207.04436.
- A.Hiraguchi,K.Ishiguro and T.Suzuki, 'New Abelian-like monopoles and the dual Meissner effect', arXiv:2011.14377 [hep-lat], Phys.Rev.D102 (2020), 114504.
- T. Suzuki,'Blockspin renormalization-group study of color confinement due to violation of the non-Abelian Bianchi identity', arXiv:1712.06812, Phys. Rev. D 97 (2018) 034509
- T. Suzuki, K. Ishiguro and V. Bornyakov,' New scheme for color confinement and violation of the non-Abelian Bianchi identities', arXiv:1712.05941, Phys. Rev. D 97 (2018) 034501;

国際会議プロシーディングス（査読あり）

国際会議発表（査読なし）

- T. Suzuki, A gauge invariant mechanism of color confinement in $SU(3)$ based on violation of non-Abelian Bianchi identity, Online Talk at Int. Workshop on "Gauge

Topology, Flux Tubes And Holographic Models: The Intricate Dynamics Of Qcd In Vacuum And Extreme Environments, 23-27 May,2022 at ECT Trento, Italy.

- T.Suzuki, A.Hiraguchi and K.Ishiguro, 'Abelian monopoles of the Dirac type and color confinement in QCD', arXiv:2112.02127[hep-lat] 07/12/2021, talk given at XXXIII International (ONLINE) Workshop on High Energy Physics "Hard Problems of Hadron Physics: Non-Perturbative QCD and Related Quests" November 8-12, 2021
- T.Suzuki, A.Hiraguchi and K.Ishiguro, 'Monopoles of the Dirac type and color confinement in QCD', arXiv:2110.14702[hep-lat] 28/10/2021, talk given at the 38th International Symposium on Lattice Field Theory (LATTICE2021), 26th-30th July 2021: PoS(LATTICE2021)580 : DOI: <https://doi.org/10.22323/1.396.0580>

国内会議発表（査読なし）

公開したライブラリ等

その他（特許、プレス発表、著書等）

- T.Suzuki, 'Monopoles of the Dirac type and color confinement in QCD - $SU(3)$ invariant picture of color confinement - ', arXiv:2204.11514 (2022).