jh210004-NAH

電磁流体力学乱流の高精度・高並列 LES シミュレーションコード開発研究

三浦 英昭(核融合科学研究所)

概要

電磁流体力学乱流のラージ・エディ・シミュレーション(LES)について、拡張電磁流体力学(XMHD)モデルによる直接数値シミュレーション(DNS)を実行するとともに、実行結果の解析をもとにした SGS モデルの開発を行った。これにより、一様等方性 Hall MHD 乱流の速度・磁場ベクトル間の角度や、高い磁気プラントル数乱流のエネルギースペクトルについて新たな知見を得た。また、シミュレーションモデルを圧縮性 Hall MHD モデルから圧縮性拡張 MHD モデルに変更し、Oakforest-PACS で格子点数 2048³の DNS を実行した。このコードを用いたシミュレーション結果の可視化のため、「4次元ストリートビュー」の導入・改良を進めた。

1. 共同研究に関する情報

(1) 共同研究を実施した拠点名 東京大学

(2) 共同研究分野

超大規模数値計算系応用分野

(3) 参加研究者の役割分担

三浦英昭(核融合研): 研究代表者・シミュレーションコード開発、拡張 MHD (XMHD) SGS モデル開発

宇佐見俊介(核融合研,研究副代表)、大谷寛明(核融合研): SGS モデル開発のための粒子(運動論)効果研究

半場藤弘(東京大): Hall MHD、XMHD の SGS モデル開発

片桐孝洋(名古屋大)、中島研吾(東京大)、 高橋大介 (筑波大): Oakforest-PACS 上のシミ ュレーションコード最適化

陰山聡(神戸大、研究副代表)、坂本尚久(神戸大)、大野暢亮(兵庫県大): 4次元ストリートビュー開発

松本剛, R. Pandit, Y. Sharad: データ解析, 乱流統計理論

2. 研究の目的と意義

プラズマ科学における重要課題として、低衝 突頻度乱流の普遍法則を解明し、実現象の解 明・予測・制御等に応用することを研究の大 目標としている。この問題においては、流体 的に(しかも乱流として)ふるまう巨視的ス ケールだけでも巨大な自由度をもつうえに、 乱流のエネルギーが散逸する微視的スケー ルがさらに巨大な自由度を包含することが、 シミュレーションを極めて困難にしている。 流体・微視的スケールの間には巨大な乖離が 存在し、両スケールを包含して無矛盾にシミュレーションするのは困難である。

この難点を克服する取り組みの一つが、MHD 方程式に微視的効果の一部を取り入れた拡張 MHD (XMHD) 方程式によるシミュレーションである。しかし、XMHD 方程式は、微視的効果に起因する数値不安定性が激しいうえに、微視的スケールの解像に大きな自由度を必要とすることに変わりはない。仮に安定にシミュレーションが可能になっても、巨視的スケールから 10 桁に及ぶスケールをカバーすることはできない。さらに、より根源的な問題として、流体モデル(MHD, XMHDを問わない)の導出過程において、分布関数方程式のモーメントの階層を完結する際に、何らかの形で局所平衡仮説などに基づく近似が必要

であり、この近似が微視的効果の不完全さとして現れることが指摘されている。

本研究の目的は、XMHD 方程式を基礎に、広範な微視的効果については現象論的モデル(サブグリッドスケールモデル、SGS モデル)で代替するラージ・エディ・シミュレーション(LES)手法を採用し、微視的効果を取り入れた巨視的シミュレーションを実現することである。SGS モデルを通じてシミュレーションの安定化と微視的効果を補完することを想定している。この手法を用いた大規模シミュレーションにより、巨視的・微視的スケールの両者を広範に含むシミュレーションを実現する。

3. 当拠点公募型研究として実施した意義

本研究課題では、流体モデルに基づく大規模シミュレーションで高レイノルズ数乱流を目指す観点から、各計算ノードに高速メモリが搭載されていることを特に重視している。これは、擬スペクトル法によるシミュレーションコードが、主にメモリーアクセスとノード間通信によって律速される性質をもっているためである。東京大学情報基盤センターの Oakforest-PACS スーパーコンピュータや Wisteria/BDEC-01 Odyssey は、高速メモリ(前者は MCDRAM,後者は HBM2)を搭載していることから、本研究の目的に最適である。

さらに、拠点研究機関および本課題の共同研究者には、先端計算機環境でのコード最適化の研究を行う計算機科学の研究者や、重要なアルゴリズムであるFFTについての専門家、可視化をテーマとする計算科学の研究者が含まれるため、この研究を推進する学際的体制が整っている。このような理由から、本研究課題を東京大学情報基盤センターで実施する必要・意義がある。

乱流シミュレーション研究では、その時々の「最新・最大規模」の数値シミュレーショ

ン結果が実現象に対して正しい数値予測を 与えず、後日、さらに大規模なシミュレーションによって結果が覆されることもあり得 る。本研究課題はこの問題の克服を目指すも のである。応用上重要な巨視的スケールについて定性的に正しい結果を与えるシミュレーションを実現することは、物理としての乱流の普遍性を解明する研究のみならず、乱流の予測と制御に関わるシミュレーションの信頼性向上に大きく貢献できる。

4. 前年度までに得られた研究成果の概要

この研究課題では、主要要素として【A】 Hall MHD、XMHD モデルによる乱流シミュレーション研究と、これをもとにした SGS モデルの開発、【B】LES コードの最適化、【C】大規模並列シミュレーションデータを解析する可視化手法 4DSV の導入の 3 つを掲げ、研究を進めてきた。以下、この報告書を通して、この 3 つの小課題ごとに報告する。以下は、主に 2020 年度の研究成果である。

【A】Hall MHDモデルを用い、磁気プラン トル数が一様等方乱流(10~100 程度)につい て数値シミュレーションを行った。このシミ ュレーションは、2019年に出版した論文 (Miura, Yang, and Gotoh, Phys. Rev. E, 2019 vol. 100)を発展・大型化したものであ る。2019年の論文では、流体の慣性力が小さ く、ローレンツ力と粘性効果が釣り合うスケ ールにおいて、新しい冪則が速度場のエネル ギースペクトルに形成され得ることを報告 した。しかし、この論文で報告したシミュレ ーションでは磁気プラントル数を大きくす るために粘性を大きくとらざるを得ず、速度 場は発達した乱流とは言えない状態であっ た。これを踏まえ、Oakforest-PACSで領域分 割等調整パラメータの最適化を実施し、速度 場が発達する乱流の直接数値シミュレーシ ョンに目途をつけた。この結果を踏まえ、プ ロダクトランは核融合科学研究所のスーパーコンピュータ「プラズマシミュレータ」 (NEC SX-Aurora TSUBASA) など複数機関で実施した。

2020 年度までに得られたシミュレーションからは、2019年に報告したシミュレーションよりも乱流的な性質が強く現れ、また、我々が先に報告したエネルギースペクトルも再現されるなど、良好な結果が得られつつある。これらの研究成果については、査読付き論文誌に投稿する準備を進めているところである。

【B】先に述べた高磁気プラントル数のシミュレーション成果について、国際会議European Turbulence Conference (ETC17, 2019年, Torino)で報告したところ、流体の圧縮性によってエネルギースペクトルの冪則の指数が変わるとの指摘がなされた。この点の検証を進めるため、シミュレーションモデルを非圧縮性から圧縮性に変更したシミュレーションコードを開発した(コード名MUTSU/XMHD3D-T3)。

シミュレーションモデルの変更にあたって、場を記述する物理変数の配列を、3次元配列から空間3次元に変数種の次元を加えた4次元配列に変更するなど、基本的な構成の見直しを行った。また、この際に、変数種のループが最内側に来る場合と最外側に来る場合を容易に切り替えられスイッチを加えるなどの工夫を行った。さらに、擬スペクトル法を用いたシミュレーションコードの重要な技術的要素である3次元FFTにについては、非圧縮性Hall MHD 乱流シミュレーションコードから、FFTEの多重実行による高速化のモジュールを移植した。

この経緯を経て開発された新しいシミュレーションコード MUTSU/XMHD3D-T3 は、格子 点数 N^3 を $N^3=512^3$, 1024^3 , 2048^3 と変化させたときに良好なウィークスケーリング性能

が得られた。また、シミュレーション結果も、 物理的に妥当な結果が得られることがわかった。

LES の観点からは、非圧縮性 Hall MHD 向け に開発された SGS モデルをもとに、圧縮性拡 張 MHD 向けの再調整(Smagorinsky 係数など) を行った。圧縮性モデルの LES においては、 方程式に対して質量加重フィルターと呼ば れるフィルタリング操作を行うのが一般的 である。このため、非圧縮性モデルの変数と 考え方が異なる。2020年度は、密度揺らぎが 小さい場合に話題を限定し、非圧縮性モデル を使用することについての検証シミュレー ションを行った。圧縮性 XMHD モデルにこれ まで開発した SGS モデルを導入し、LES を行 ったところ、質量密度、運動エネルギー、圧 力といった代表的な物理量のエネルギース ペクトルのグリッドスケール成分の挙動を 適切に再現することが確認できた。

【C】2019年度に、4次元ストリートビュー (4DSV)の可視化ドライバーとして、in-situ可視化ライブラリ VISMO (Ohno and Ohtani, 2014)を利用できるように改良を加えた。 2020年度は、Hall MHD 乱流の数値シミュレーションについて VISMO を利用した 4DSV の概念実証を行った。格子点 512³のシミュレーションを、6方向カメラを用いて多地点で可視化しつつ実施することに成功した。この際に使用したノード数は、可視化を行わずにシミュレーションを実施する場合のノード数の2倍であり、無視できないが受け入れられる程度のコスト増加ではあることがわかった。

5. 今年度の研究成果の詳細

【A】. 乱流シミュレーションと SGS モデル開発1) 圧縮性 XMHD モデルによる格子点数 2048³ の DNS の実施:

Oakforest-PACS 可能で実施可能な最大規模のシミュレーションとして、拡張 MHD モデルに基づく一様等方乱流の DNS を実施した。最適化については【B】で述べる。

シミュレーションの主なパラメータは β 値 (平均圧力と磁気エネルギーの比)、粘性、電気抵抗、熱伝導率などである。 β 値は典型的なものとして0.1, 1, 10を設定した。格子点数 2048^3 のシミュレーションをターゲットサイズとして、より小さい規模の数値シミュレーションから、適切な粘性・電気抵抗・熱伝導率を定めた。

粘性・電気抵抗・熱伝導率を定め、小型の DNS を実行して数値解像度などの健全性を確認したのち、残された CPU 時間を用いてシミュレーションを実施した。パラメータの一つ (β =0.1)については Oakforest-PACS 上で完了した。以後の主だったパラメータのシミュレーション(プロダクトラン)は核融合科学研究所のプラズマシミュレータで引き続き行っている。この一連のシミュレーションによる研究成果は、プロダクトランの終了と解析後に査読付き論文に投稿することを目指している。

2) Hall MHD の大規模 LES の実施と、これまでの DNS データの比較による SGS モデル検証:

過去に行った Hall MHD 乱流シミュレーションデータに基づき、SGS モデルを開発した。この SGS モデルは、2016 年に論文として発表した SGS モデル (Miura, Araki, and Hamba, J. Comput. Phys. 2016, vol. 316)を改良したモデルであり、改良前に比べて新たに改良したモデルは、同じ格子点数でありながら、実質的な空間解像度が以前のモデルの 2 倍に向上することが確認できた。この研究成果は、査読付き論文として J. Comput. Phys. に出版された[1]。

この SGS モデルの検証および改良をさらに 進めるため、非圧縮性一様等方減衰性 Hall MHD 乱流についての、これまでで最大規模(格 子点数 N^3 =4096 3) の DNS を実施した。

この大規模シミュレーションでは、Hallパ ラメータを、MHD スケールと微視的スケール の両者が適度に解像されるように設定する ことで、MHD スケールと微視的スケールのス ケール分離を試みた。エンストロフィー密度、 電流密度の確率密度分布など多くの量は MHD スケールと微視的スケールが綺麗に分離し、 MHD スケールの特徴は(Hall 項を含まな い)MHD シミュレーションの結果と整合する 傾向であるのに対し、磁場、速度場、電子速 度場などベクトル場の間の角度については、 Hall MHD 乱流の MHD スケールにおける特徴 と、MHD 乱流における特徴の間に大きな違い があることがわかった。このことは、SGS モ デルを高度化する際に、ベクトル間の方向の 違いなどMHDスケールにも影響を及ぼす微視 的効果を適切に反映するように改良を行う 必要があることを示している。この研究成果 は、アジア太平洋物理学会連合プラズマ分科 会議(AAPPS-DPP 2021)で、招待講演として報 告された[5]。

さらに、2019・202 年度研究の継続として、 磁気プラントル数が大きい場合の Hall MHD 乱流のシミュレーションを行った。以前に出 版した論文(Miura, Yang, and Gotoh, Phys. Rev. E. 2019 vol. 100)のデータよりもレイ ノルズ数を高めることにより、速度場の移流 項がローレンツ力に比べて無視できない大 きさをもつ乱流場のシミュレーションに成 功した。この乱流場がもつ間欠性などの性質 について、国際会議で報告した[4]。

3) PIC モデルとの比較対照シミュレーション を想定した Volume penalization 法の実装:

この研究では、SGS モデルに、流体モデル

では記述できない運動論効果を取り込むことで、XMHD モデルを実質的に拡張することを目標の一つとしている。この運動論効果の検証のため、PIC モデルによるシミュレーションとの比較が必要である。他方、擬スペクトル法は周期境界条件下でのシミュレーションについての信頼性は高いが、非周期境界条件を取り扱うのは不得手である。非周期境界条件を取り扱い、PIC モデルシミュレーションとの比較を可能にするため、Volume penalization 手法の実装を行った。

初期条件として電流層(磁気ベクトルのシアー)を用意し、その電流層の中央部を、電流層に垂直な方向の上下境界面から圧縮することが可能な境界条件を実装した。これにより、強制磁気再結合シミュレーションと比較可能な実装が一通り整備された。また、これと比較対照すべき PIC 数値シミュレーションデータも作成した。

【B】シミュレーションコードの高度化

1)シミュレーションコードの、Oakforest-PACS で実施可能な最大規模シミュレーションをタ ーゲットとする最適化、パラメータ調整:

圧縮性拡張MHDモデルに基づくシミュレーションコードMUTSU-T3/XMHD3Dコードを用いて、Oakforest-PACS上でシミュレーションコードが最大の性能を発揮する(1計算ステップの時間が最短となる)ように、領域分割の形状の最適パラメータの探索を行った。3次元FFTを用いた擬スペクトル法シミュレーションを実行する際には、2次元領域分割によるFFTの実行性能の違いがシミュレーションコードの実行性能の違いを大きく左右するため、これは実質的に2次元FFTのための最適な領域分割の探索(フーリエ空間でデータを持っているため、この場合は、波数空間での領域分割)である。3次元FFTライブラリは、FFTEを使用した。(FFTEの他に、この課

題の初期に用いた P3DFFT も利用可能である。)この探索で最適な分割を確定し、格子 点数 2048³ までの規模のシミュレーションを 実行可能にした。(【A】項も参照のこと。)

2) シミュレーションコードの Wisteria/BDEC-01 シミュレーションノード群に対する 最適化

非圧縮性 Hall MHD モデル用シミュレーションコード MUTSU-T3/iHallMHD3D の、FX1000 (Wisteria/BDEC-01 Odyssey) に対する最適化を、最適化担当の共同研究者の助言を得て行った。最適化の内容は、コンパイルオプションの取捨選択、一部 OpenMP 指示行の変更(追加)、領域分割パラメータの変更等であり、シミュレーションコード自体は基本的にOakforest-PACS 版から大きな変更を加えなかった。

格子点数	512^{3}	1024^{3}
ノード数	8	256
プロセス数/	8	2
ノード		
スレッド幅	2	2
並列数	128	1024
計 算 時 間	31.8	31. 929
(secs)		
GFLOPS	133.8	1129. 0
ピーク性能比	1.7%	1.6%

表 1: MUTSU-T3/iHallMHD3D-T3 コードのWisteria/BDEC-01 でのウィークスケーリング性能。

この最適化の結果得られた、MUTSU-T3/iHallMHD-T3 コードのウィークスケーリング性能は表 1 の通りである。今後Wisteria/BDEC-01でMUTSU-T3/iHallMHD3D-T3 コードを用いて実行するシミュレーションの実行目標を格子点数 6144^3 、ノード数 4096とする。表 1 のデータを HPCI のプログ

ラ ム 情 報 (https://www.hpci-office.jp/pages/r04a_boshu) に基づいて評価すると、実効並列化効率 99.999547%、並列化効率 99.538712%、目安となる並列数は220,728となる。

【C】その場可視化 4DSV 可視化手法開発:

1) 4DSV 用線カメラ手法の開発・実装・最適化元々の 4DSV では、6 方向カメラを全空間に均等に配置することを想定していたが、これでは、超大規模並列シミュレーションにおいてカメラの数(従って同時可視化処理にかかる処理コスト)が膨大になる。これを改善するため、一方向の直線や適切な曲線上にカメラを配置することで、4DSV 本来の空間把握性能を大きく損なわずに処理コストを削減することを目標とする開発を行った。

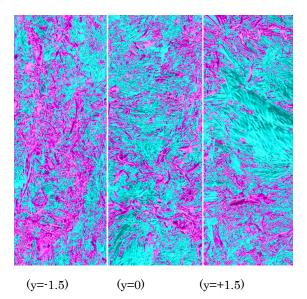


図 1:直線上に配置したカメラによる空間把握の可視化テストの結果。エンストロフィー密度(紫色)、電流密度(水色)の等値面を、シミュレーション領域にごく近接した領域から可視化した。図の水平、鉛直、奥行き方向がそれぞれx,y,z方向。空間が $-\pi \le x,y,z < \pi$ の領域の中で、y 方向に座標を変えながら可視化した。

2021年度は、大規模並列シミュレーション

の中に x, y, z の各方向に座標軸と並行して設置される直線上にカメラを設置し、空間の把握状況を確認した。図 1 は、格子点数 4096^3 の非圧縮性 Hall MHD 乱流の数値シミュレーション(これについては【A】で触れた)の中で、y 方向に伸びる直線状に配置したカメラから、一部を切り出したものである。

図1ではエンストロフィー密度、電流密度 の等値面を、シミュレーション領域にごく近 接した領域から可視化した結果を示す。図の 水平、鉛直、奥行き方向がそれぞれx,y,z方 向である。 $-\pi \le x, y, z < \pi$ のシミュレーショ ン領域の中で、y方向にのびる直線状の複数 個所にカメラを設置した。空間の各所におい て、管状の構造(管状渦構造、紫色)や、薄 層構造(電流層、水色)が疎密や異なる特徴 をもちながら分布していることがわかる。一 様等方乱流の場合、空間に特徴的な座標はな い (統計的に空間は一様である) ので、少数 の直線上にカメラを配置する (今回のテスト では、11個のカメラを配置した)だけで、あ る程度状況の把握は可能であると言える。他 方、磁気再結合などの重要な現象の痕跡をと らえるには、この単純な可視化では不十分で、 可視化の際に場を特徴づけるために使用す る物理量についての考察も不可欠である。

この点を改善するため、磁場の位相構造を 的確に表現可能な物理量について検討を行った。電流密度は磁気シアーの強いところで 大きくなるため、磁気再結合が発生する候補 点として、また、散逸構造の代表として適切 な物理量である。しかし、これだけでは図 1 に示したように、微視的効果によって高波数 成分が強く励起された磁場構造や磁場と速 度場の相互作用を明確に理解できない点が、 図 1 に関わる問題点である。

ベクトル場の3次元位相構造を表現する物 理量としては、流体力学の乱流研究において、 速度場・速度勾配テンソルを使用した位相構 造の研究 (Chong, Perry, and Cantwell, Phys. Fluids, 1991)が挙げられる。この研究を参考に、高磁気プラントル数シミュレーションにおける磁場のフィラメント構造を可視化したのが図 2 である。この図に大量に見られるフィラメントは、磁力線に沿って伝播するホイッスラー波の旋回構造が可視化されたものと考えられる。

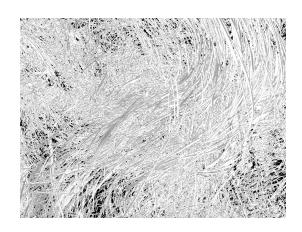


図 2:高磁気プラントル数非圧縮性 Hall MHD 乱 流シミュレーションにおける磁場フィラメント構 造の可視化。フィラメントは、ホイッスラー波に 伴う磁場の螺旋構造を表すものと考えられる。

図2のようなフィラメント構造は高波数成分における微視的効果の卓越によって生じたものであり、低波数成分が大きな影響を及ぼす磁力線の周りに大振幅の磁気揺動が纏わりついた構造の可視化となっている。このことから、このような物理量を追跡することで磁気再結合など重要な現象を可視化することが可能になると期待される。今後はこのような位相構造の解析と 4DSV とを組み合わせることで、効率のよいその場可視化が可能になると期待される。

2)4DSV 用可視化エンジン VISMO のWisteria/BDEC-01 Odyssey向け最適化

Wisteria/BDEC-01 Odyssey (FX1000)シス

テムでのシミュレーションコード最適化に合わせて、可視化エンジン VISMO についても FX1000 をターゲットに性能の検証と最適化を行った。2021 年度はソースコードを改変することなく、コンパイラーの最適化オプションおよび VISMO 自体のオプション(ベクトル化用オプションの有無)についての調整のみを対象とした。

この最適化の結果、VISMOによるエンストロフィー密度、電流密度それぞれ及び両者の等値面を描画する可視化が必要とする時間は、N³=256³のシミュレーションにおいてシミュレーション1ステップの計算時間の1.8程度となった。通常の可視化では、シミュレーション 100-1000 ステップに1回程度の可視化で十分なので、Oakforest-PACSと同様、シミュレーションコストに比べて十分に受け入れる程度のコストで可視化が可能になった。

6. 今年度の進捗状況と今後の展望

- 【A】について: 2021 年度の本項の課題は
- XMHD モデルによる格子点数 2048³ 程度の DNS の実施
- ・Hall MHD の大規模 LES の実施と、これまでの DNS データの比較による SGS モデル検証
- ・LES との比較対照を目的とする PIC シミュレーションデータの作成
- ・PIC モデルとの比較対照シミュレーション を想定した Volume penalization 手法の実装 以上 4 点にまとめられる。これらの項目を 100%遂行した。

この研究、特に SGS を構築するための大規模 DNS による物理研究の過程で、MHD スケールおよび微視的スケールの分離が不十分であることが明らかになった。このことは、DNSデータを反映して作成される SGS モデルが不完全であるかもしれないことを示唆する。今後は、より大規模な DNS を実施するための計算モデルの見直しによるシミュレーション

コストの削減や、PIC モデルとの比較対照を 目的とした Volume penalization によるシミ ュレーションの実施が必要となる。

【B】について:2021年度の本項の課題は

- ・MUTSU-T3/XMHD コードの、Oakforest-PACS で実施可能な最大規模シミュレーションを ターゲットとする最適化、パラメータ調整。
- ・MUTSU-T3/XMHD コードの、2021 年度に新規 導入される BDEC システムでの最適化。
- ・4DSV のためのコードの最適化(【C】参照) の3点であり、100%遂行された。

今後は、【A】項に述べたシミュレーション モデルの見直しに伴う、再度の最適化に対応 していく必要がある。

【C】について:2021年度の本項の課題は

- ・線カメラの最適な曲線位置と形状をシミュレーションデータから自動的に判別する手 法の開発
- ・従来の点カメラ群の位置と配置を自動最適 化する手法の開発
- ・2020 年度に引き続き、4DSV 用可視化エンジン VISMO の改良

の3点である。このうち、点カメラ群の位置・ 配置の自動最適化や曲線上のカメラ配置手 法の実装に至らなかった。これは、研究の途 中で、カメラ位置等最適化の指標となる物理 量の選択等に時間を要したためである。来年 度以降は引き続き、物理量の選択を進め、こ れに伴う点カメラ群の最適配置について研 究を進める予定である。

7. 研究業績一覧

(発表予定も含む. 投稿中・投稿予定は含まない)

(1) 学術論文 (査読あり)

[1] H. Miura and F. Hamba, "Sub-grid-scale model for studying Hall effects on macroscopic aspects of magnetohydrodynamic turbulence", J.

Comput. Physics vol. 448 (2021) 110692.

- [2] A. Kageyama and N. Ohno, Chiral pattern in nonrotating spherical convection, Phys. Rev. Fluids, vol. 7, 013502 (2022)
- [3] N. Ohno and A. Kageyama, In-situ visualization library for Yin-Yang grid simulations, Earth, Planets and Space, vol. 73, 158 (2021)

(2) 国際会議プロシーディングス (査読あり)

(3) 国際会議発表 (査読なし)

[4] H. Miura and T. Gotoh, "Statistical properties of Hall MHD turbulence with a high magnetic Prandtl number", XXXII IUPAP Conference on Computational Physics 2021 (Aug. 1-7, 2021, online).

[5] H. Miura, R. Pandit, S. K. Yadav, and K. Araki, "Structures and statistics of Hall MHD turbulence", AAPPS-DPP 2021 (Sept. 26- Oct. 1, online). (招待講演).

(4) 国内会議発表 (査読なし)

[6] 大野暢亮, 三浦英昭, 第 35 回数 値流体力学シンポジウム(2021 年 12 月 14-16 日、オンライン).

(5) 公開したライブラリなど

(6) その他(特許, プレスリリース, 著書等) [7] シミュレーション動画の YouTube チャンネル上での公開: https://www.youtube.com/watch?v=mSH 3ThWWG2w&t=16s