

jh200029-NAH

## 時空間領域境界積分方程式法の高速度解法の開発と 巨大地震シミュレーションへの応用

安藤 亮輔 (東京大学)

### 概要

本研究課題では、大規模並列計算環境を使用することで、現実的な 3 次元モデルを用いた地震発生シミュレーションを実現し、物理モデルに基づいたシミュレーションによる地震の動的破壊現象の予測可能性を向上させることを目的としている。研究課題は、既存の FDP 法を用いた動的破壊シミュレーション、H 行列を用いた準動的な地震シーケンス（サイクル）シミュレーション、動的シミュレーションの計算コストを  $O(N \log N)$  に低減させる FDP=H 行列法の 3 次元実装、の 3 つからなる。今年度の成果は以下の通りである。動的破壊シミュレーションでは、これまで大局的な破壊過程の特徴が再現されていた 2016 年カイクウラ（ニュージーランド）地震について、初期応力場の非一様性の効果を考慮したパラメタスタディを行い、予測可能性に関わる破壊過程の詳細への影響を調べた。また、地震シーケンスシミュレーションについては、余震発生過程をモデル化するために、速度と状態変数に依存する摩擦則と本震断層のラフネス（凹凸形状）を考慮したモデルを構築し、余震の一般的な性質として知られるべき的な時間減衰特性（大森則）と本震断層側方領域での余震の発生を再現できることを示した。3 次元 FDP=H 行列法の開発については、実問題で使用する 3 次元動的応力グリーン関数（積分核）に対して詳細なコスト評価を行った。その結果、3 次元動弾性問題に特有な収束性の劣化が明らかになったが、要求精度  $10^{-4}$  程度の場合、要素数が 1 万程度以上で  $O(N \log N)$  のスケーリングに乗ることが分かり、本手法の実問題への適用可能性が確認された。

### 1. 共同研究に関する情報

#### (1) 共同研究を実施した拠点名

東京大学

#### (2) 共同研究分野

超大規模数値計算系応用分野

#### (3) 参加研究者の役割分担

安藤亮輔：研究課題の総括とモデルの構築

伊田明弘：H-matrix ライブラリの高度化

星野哲也：H-matrix ライブラリの高度化

大谷真紀子：FDP=H-matrix アルゴリズム開発

佐藤大祐：FDP=H-matrix アルゴリズム開発

小澤創：モデルの構築と FDP=H-matrix アルゴリズム開発

久河竜也：FDP=H-matrix アルゴリズムの開発

### 2. 研究の目的と意義

地震発生に伴い生じる断層滑り量を物理的に予測することは、地震学における中心的課題である。最近の観測技術と数値計算技術の発達によって、現実的な断層モデルを用いたシミュレーションと、実データとの比較による物理モデルの現象再現性の評価が可能となってきた。本研究では、大規模なフォワードモデルを用いた実地震現象の物理モデルの高度化および観測データとの比較によるモデル検証と、数値計算アルゴリズムの大規模演算環境下での高効率化の、二つを目的とする。

物理モデルの高度化としては、これまでに取り組んでいる近年発生した大地震を再現する動的破壊シミュレーションに加えて、今年度から多数回の地震イベントの繰り返し

過程シミュレーションにも取り組む。これらシミュレーションを OakForest-PACS (OFP) を用いた大規模並列計算により実施する。また、数値計算のさらなる大規模化のための、メッシング等の断層モデルの生成手法、可視化手法の開発も行う。

数値計算手法の効率化としては、時空間境界積分方程式法 (ST-BIEM) に基づいた解析手法の開発を行う。本研究では、現状の ST-BIEM の  $O(N^2)$  の数値コストを、低ランク近似手法の H-行列法と組み合わせることで  $O(N)$  程度に低減するアルゴリズム (FDP=H-行列) の開発と実装を行う。

現実的な物理モデルの挙動を、高効率な数値計算アルゴリズムを用いて解析できるようになれば、観測される地震破壊現象の複雑性の背後にある物理機構が、実証的に解明できるようになると考えられる。

### 3. 当拠点公募型研究として実施した意義

本課題では、近年発生した国内外の地震を系統的に物理モデルによって再現する研究を行っている。本年度は 2018 年に発生した北海道胆振東部地震について、3次元断層形状を考慮した物理モデルを構築し、大規模並列計算を用いて、モデル挙動を詳細に調べた。このことで、地震時の動的破壊過程が3次元断層形状に強く依存していることが示された。昨年度に実施した 2016 年カイクウラ (ニュージーランド) 地震のシミュレーションにおいても3次元断層形状の重要性は示されており、地震破壊過程を支配する重要な要素についての検証事例が着実に積み上げられてきている。この研究は、大規模モデルの挙動解析を多数回行うことを必要としたものであり、当拠点で OFP を用いること抜きにしては、その実現は難しかったと考えられる。

また、当拠点の研究として、地球物理学分野の応用的な計算力学者と計算機科学者が共同していることは、アルゴリズムの革新的

な高度化にとって欠かせない。これまでに代表者の安藤と分担者の佐藤は、弾性波動論で用いられる波線座標の概念に注目し、特性曲線上の H-行列法と座標変換とを組み合わせることで高速解法を構築した。しかしながら、このアルゴリズムはその複雑な階層構造のため、まだ並列化されていない。一方で、副代表者の伊田の開発した HACApK ライブラリは、分散メモリ並列計算機を用いた H-行列法の大規模並列計算に耐える実装である。これまでの開発過程で、FDP=H-行列法の HACApK への実装を具体的に検討することができた。今後 HACApK を拡張することで、このような実装を実現させる計画である。このような学際的な研究は、当拠点公募型課題として実施したからこそ実現していると言える。

本課題では、地震学的に重要な課題である、超高精細な現実的3次元断層形状を考慮した動的な破壊シミュレーションを実現させることを大目標としている。それは、地震学を専門とする代表者が最近開発した FDP-BIEM、従来手法である H-行列法の拡張、さらに計算機科学を専門とする副代表者が開発した大規模並列演算に最適化されたライブラリである HACApK の拡張、および OFP のような大規模並列計算機上への実装を実現することで初めて解決できる問題である。これらすべてを用いて初めて実現する本課題は、地震学での知見のみならずメニーコアへの対応など高度な計算機科学の知見が必要となるため、拠点公募型共同研究で実施していることの意義は大きい。

### 4. 前年度までに得られた研究成果の概要

前年度は、大きな被害を出した 2018 年北海道胆振東部地震と 2019 年 7 月の米国カリフォルニア州 Ridgecrest 地震を対象に、物理モデル化を行い、Oakforest-PACS に実装した FDP-BIEM アルゴリズムを用いてシミュレーションを実施した。さらに観測データと比

較することで現象の再現性とパラメタ依存性を検討した。その結果、観測データに基づいて断層の3次元幾何学的形状を適切に仮定することによって、地震時観測によって推定された断層の破壊過程の特徴が良く再現されることが明らかになった。Ridgecrest 地震については、OFP の計算能力と計算手法の高効率性を活かして、日本地震学会（安藤他, 2019）と12月の American Geophysical Union Fall meeting (Ando et al., 2019) でタイムリーに発表することができた。

また、シミュレーション手法の高度化として、これまで取り組んできた動的破壊伝播に加えて地震サイクルについても取り組みを開始した。地震サイクルシミュレーションに HACApK を実装し従来の H-行列法より分散性能の高い格子 H-行列法 (Lattice H-matrices) に対応させるコード開発を行った。

動的破壊伝播シミュレーションについては、3次元 FDP=H-行列法 ( $O(N \log N)$ ) の開発のために、格子 H-行列ライブラリを用いた場合の動弾性積分核 (グリーン関数) の低ランク近似の精度評価に着手した。

## 5. 今年度の研究成果の詳細

今年度から、昨年度まで行っていた動的破壊伝播シミュレーションと高速高効率な DP=H-行列法アルゴリズムの開発に加えて、準動的な地震シーケンスシミュレーションの手法開発と応用を実施することとした。

動的破壊伝播シミュレーションを用いた物理モデルの高度化として、2016年カイコウラ地震（ニュージーランド）地震について、破壊過程の複雑性を理解することを目的として、初期条件への鋭敏性を検討するためのパラメタスタディーを行った。準動的な地震シーケンスシミュレーションでは、HACApK ライブラリをシミュレーションコードに実装し高効率化した上で、断層形状の複雑性を考慮したモデルを用いて余震の発生過程をシミュ

レートすることに初めて成功し、国際誌で発表した (Ozawa and Ando, 2020, JGR)。FDP=H 行列のアルゴリズム開発では、3次元動弾性問題に対するグリーン関数の近似精度と計算・資源効率化の関係を系統的に調べて、本手法がこれまで確認されていた2次元動弾性問題のみならず3次元動弾性問題にも有効であることを示す結果を得た（久河, 2020年度, 修士論文, 東京大学大学院理学系研究科として取りまとめ）。また、この成果をベースとして、3次元動弾性波動問題を計算するアルゴリズムと HACApK の拡張を設計し、実装に着手した。

### ●動的破壊伝播シミュレーション

2016年カイコウラ地震は、これまで観測された大地震の中で、最も詳細に破壊の伝播過程が観測で明らかとなった地震である。その破壊伝播過程は、合計で10数枚にもおよぶ断層が連動して破壊した、断層形状の複雑異性に代表される。本研究では、Orkforest-PACS の256ノードを用いた大規模並列計算（2時間のラン）で可能となった断層形状の複雑性の再現モデルと、本地震について得られた貴重な観測データを用いて、両者を詳細に比較することで、地震破壊伝播を支配する物理過程を解明している。

これまでの研究によって、本震の破壊伝播過程の大局的な再現については成功しているが、10数枚におよぶ断層の個々の破壊過程については、未解明の問題が残されている。その中でも大きな問題となっているのが、ホープ断層と呼ばれる比較的大きな断層の寄与である。ホープ断層は、本地震が発生した領域に存在する活断層としては、最も長大であり最も活動性が高い（歴史的に見て地震の発生頻度が高い）断層であることが地質学的調査によって知られていた。ところが、2016年のイベントではホープ断層はほとんど破壊せず、それに並走する別の断層が破壊した。このように活動性の高い断層が大地震時に

破壊しなかったメカニズムを理解することは、一般に将来の地震発生過程を予測するためには重要である。ホープ断層では、地質学的調査によって、最近の大地震は約 150 年前に発生し、地震の平均的な発生間隔は 180-310 年だと考えられている。したがってホープ断層周辺には 2016 年に破壊を生じさせるだけの十分な応力が蓄えられていなかった可能性が考えられる。そのため、本研究では初期応力状態をパラメタとして変化させて観測と比較することで、この仮説の妥当性を定量的に評価した。

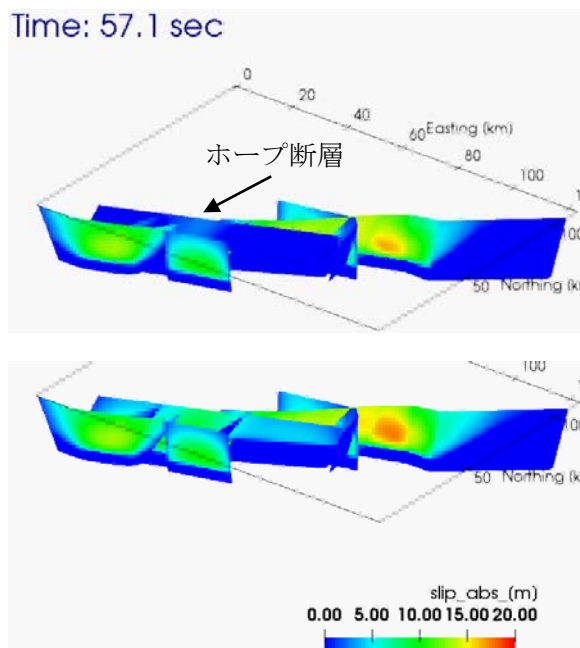


図 1. 断層面状の最終滑り分布. 上) 応力蓄積率 68% の場合で、ホープ断層が破壊せずに滑りが生じていない。下) 応力蓄積率 75% の場合で、ホープ断層が破壊。

ホープ断層の応力蓄積率を 0% から 100% の間で変化させて破壊過程に与える影響をシミュレーションにより調べた。その結果、応力蓄積率が概ね 70% のところを境にして、それより小さなところではホープ断層が破壊しない（図 1 上）のに対して、それより大きなところでは破壊する（図 1 下）ことが分かった。この挙動は、物理的にはある数値を境に系の状態が安定状態（破壊しない状態）

から不安定状態（破壊が生じる状態）へと変化する、ホップ分岐として理解できる。

得られたシミュレーション結果は、地質学的調査に基づく地震発生履歴の推定結果とも調和的である。これはホープ断層が破壊しなかったのは前回の地震からまだ時間が十分に経過しておらず応力蓄積率が低かったことが原因であるとの仮説を指示するとともに、臨界的な応力蓄積率が 70% 程度であることも定量的に示したことになる。

#### ●準動的地震シークエンスシミュレーション

地震の顕著な特徴に、余震が発生した後に生じる余震現象の存在がある。余震は、本震で破壊した断層面状やその周囲の媒質内で発生する小規模な破壊の集団であり、時間のべき関数で減衰する性質を持つことが経験的に知られている。余震現象の物理過程は、ごく単純化したモデルによって説明されることはあったが、現実的な物理モデルを考慮した数値シミュレーションによって説明されたことはこれまでなかった。そこでの大きな問題は、本震と余震との大きな時空間スケールの違いと余震の数の多さの数値的な取り扱いの困難さである。

本研究では、まず昨年度着手した HACApK の実装を完成させた。そのことで、従来の準動的境界積分方程式法では  $O(N^2)$  である計算コストを  $O(N \log N)$  にまで下げることに成功した。これにより、本震断層より 2 桁程度まで小さな断層の解像を可能にして、本震と余震の系列をシームレスに数値計算に載せることに成功した。また本コードの計算結果は、南カリフォルニア地震センターの実施する国際的なコード評価プログラムに投稿し精度検証された (<https://www.scec.org/publication/9618>)。

モデルには、本震の断層に地質学的観察により知られている波長が複数桁に及ぶフラクタル状のラフネス形状を考慮した（図 2 上）。

フラクタル形状の再現も大規模計算により可能となったものである。このラフネス形状により、本震後に周辺媒質の応力が局所的に上昇するような状態の再現が可能となり（図 2 中）、余震を起こす力源となることが分かった。また、本震断層のラフネスの度合いを変化させるパラメスタディーを行うことによって、ラフネスの度合いが大きいほど断層の側方で断層を取り囲むように分布する余震の個数が多くなることが分かった（図 2 下）。さらに、

断層面状に速度と状態変数に依存する摩擦則

$$\tau = \sigma \left[ \mu_0 + a \ln \left( \frac{\dot{\delta}}{\dot{\delta}^*} \right) + b \ln \left( \frac{\theta}{\theta^*} + 1 \right) \right]$$

に成功した（図 3）。これ特徴はどれも、実際に考慮することで、遅れ破壊としての余震の再現とベキ的に減衰する余震発生個数の再現に観測される余震の一般的な特徴を再現するものであり、それが現実的な系を考慮した物理モデルで初めて再現された意義は大きい。

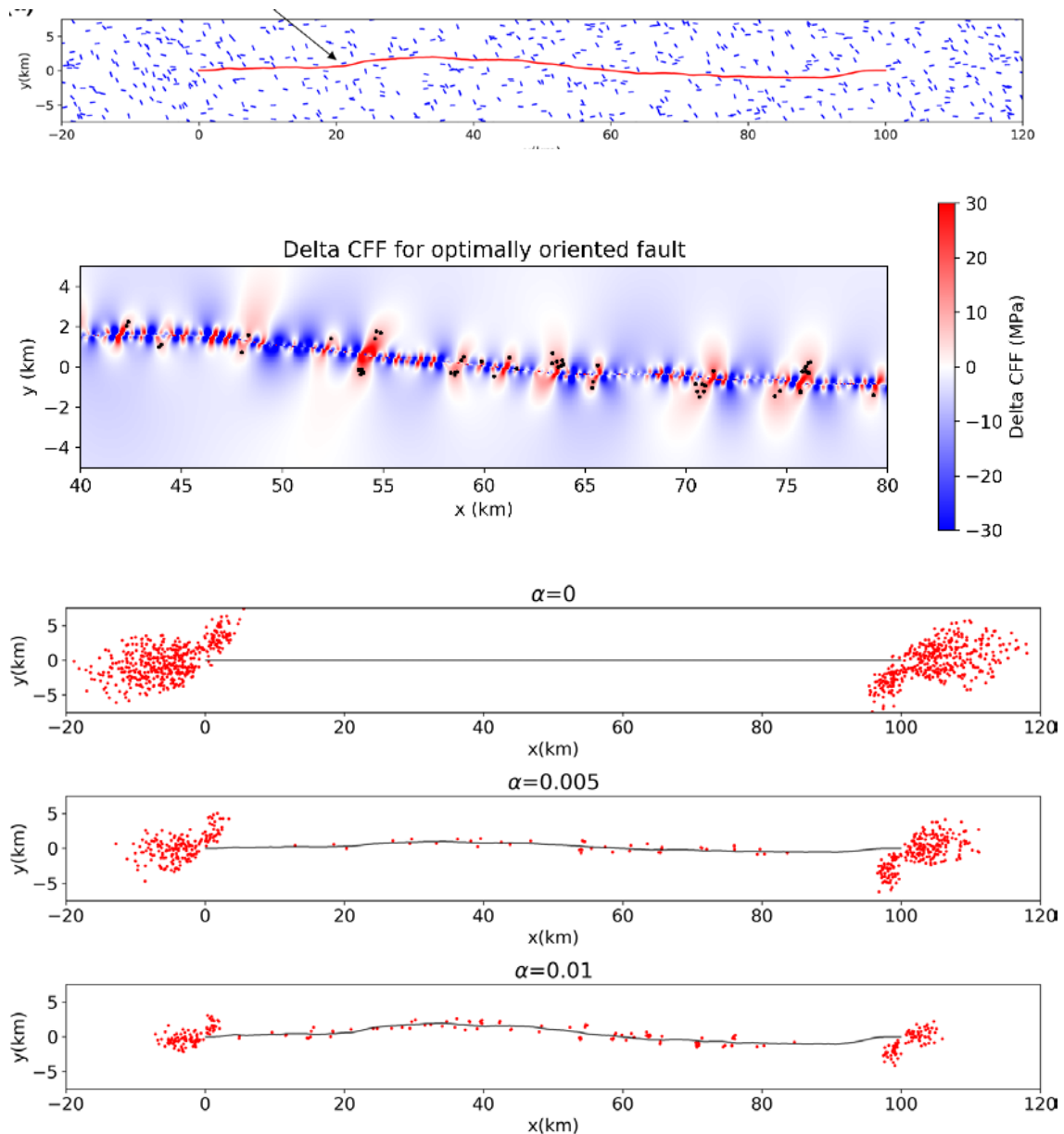


図 2. 余震再現シミュレーションに考慮したモデル。(上) フラクタルラフネスを考慮した本震断層 (赤線) と多数の余震断層 (青線)。(中) 本震発生後の応力変化量の空間分布 (赤が上昇, 青が下降) と余震の発生場所 (黒丸)。(下) ラフネスの度合いの違いに依る余震発生場所の変化。αの値が大きくなるとラフネスが大きくなる。

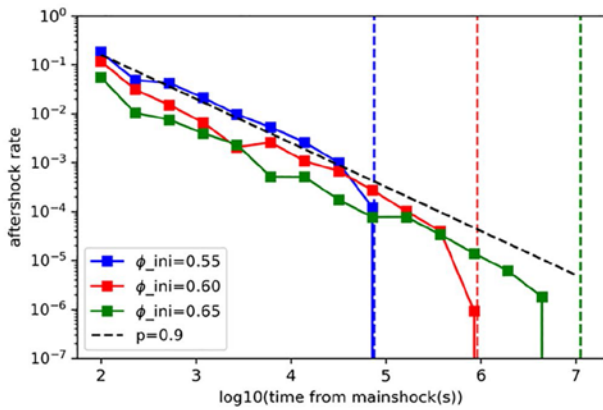


図 3. 本震発生後の経過時間に対する余震の発生個数. 異なる初期応力条件 ( $\Phi$ ) に対しても同様なべき的減衰が再現された.

● FDP=H 行列法の 3 次元動弾性問題への適用性の詳細検討

H 行列の動弾性問題への適用可能性は、我々のこれまでの研究により、2 次元問題については十分な性能を確認してきた。3 次元問題への拡張は、原理的には可能であると考えられていたものの、実問題での検証は未実施であった。今年度は、動的破壊シミュレーションの実問題に用いる、3 次元の応力グリーン関数による構成される積分核行列について、HACApK ライブラリを用いて低ランク近似における特性を明らかにするとともに効率化性能を詳細に評価した。

問題設定として、高速領域分割境界積分方程式法 (FDP-BIEM) の積分核のテンソル成分に関して、平面や屈曲を考慮した複合面などいくつかの断層形状の場合を考慮して積分核行列を構成して、その密行列に対して H 行列を適用した。

その結果、正方形に近い形状の 5000 要素程度の断層面に関して、積分核の静的な成分においては積分核と滑りベクトルの積で計算される応力の相対誤差が  $10^{-4}$  となる程度の精度であれば低ランク近似によるメモリの圧縮が可能であり、動的な成分に関しては  $10^{-3}$  となる程度まで低ランク近似によるメモリ圧縮が

可能であることが判明した (図 4)。このように、積分核の中でも、静的項と動的項で違いが出るのはそれらの距離減衰次数の違いとして理解できる。また、細長い断層面では動的成分でも、より高い精度まで低ランク近似によりメモリが圧縮可能であることが示された。この断層の縦横比の違いに依る圧縮性能の違いは、グリーン関数の震源・観測点方位への依存性の効果として理解できる。すなわち、剪断亀裂問題の動弾性での応力相互作用においては、震源の二重双極子性から、応力の正負が震源からの放射パターンとして強く方位依存性を持つ。この点が、方位依存性の小さな 2 次元問題とそれが大きくなる 3 次元問題での、H 行列の効率化特性の違いとして現れることが明らかとなった。

また、要素数  $N$  を増やして検討した結果、ある程度大きな  $N$  であれば、動的積分核に対して精度を上げてから従来の  $O(N^2)$  よりも少ない  $O(N \log N)$  の要求メモリが達成されることが分かった。例えば、要求精度を  $10^{-4}$  とした場合、1 万要素以上で  $O(N \log N)$  のスケーリングに乗る (図 6)。このように、3 次元問題では 2 次元問題と比して、方位依存性の効果で不利な側面を抱えるものの、要素数を大きくすることで理論的に期待される効率性能が得られることが確認された。

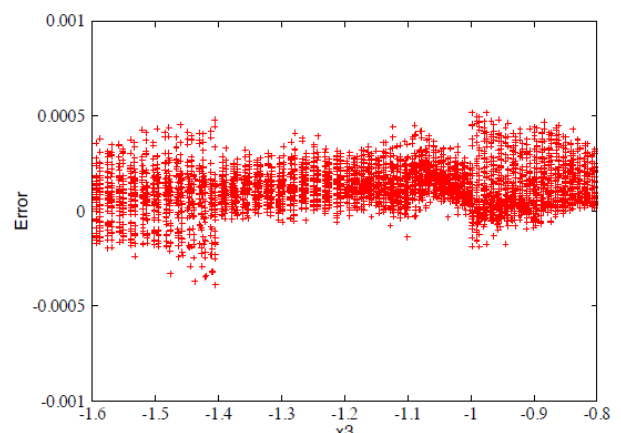


図 4. HACApK ライブラリを用いて低ランク近似した積分核行列の近似精度と震源・観測点間距離の関係.

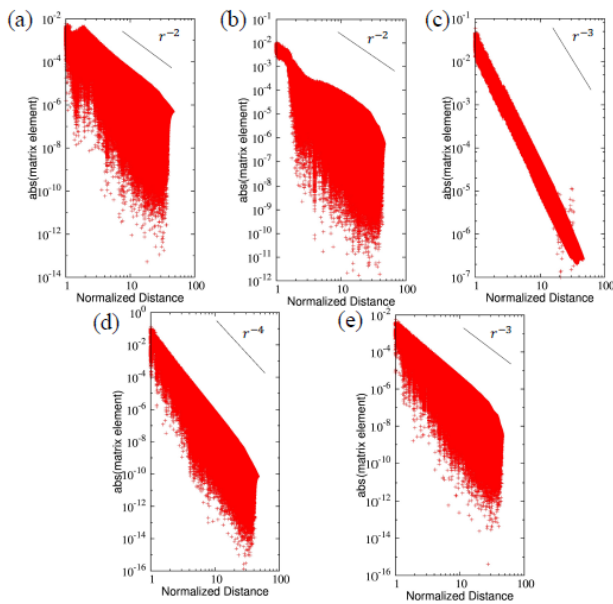


図 5. 積分核の値の震源・観測点間距離への依存性. (a-b)  $1/r^2$  依存性を示す動的項. (c)  $1/r^3$  を示す静的項. (d-e)  $1/r^4$ ,  $1/r^3$  を示す中間項. 縦軸方向の値のバラつきが方位依存性を示す. 2次元問題ではこのバラつきがほぼ無いため, ACA による低ランク近似が得られやすい.

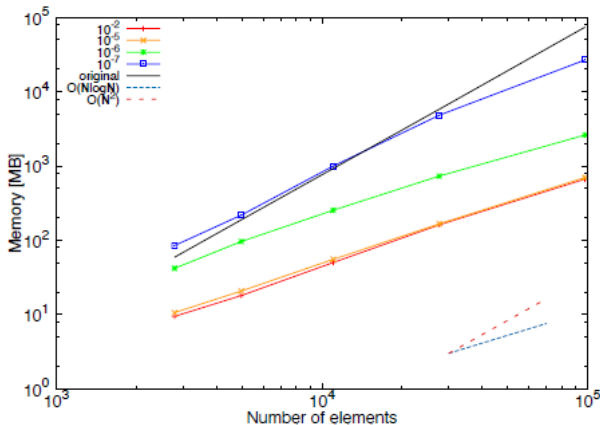


図 6. 要素数とメモリ消費量の関係.  $10^{-2}$ - $10^{-7}$  の範囲で仮定した要求精度を赤から青の色で示す. 要素数が大きくなるほど  $O(N \log N)$  に漸近していることが分かる.

## 6. 今年度の進捗状況と今後の展望

今年度の目標として, 上述の3つの課題 (1: 動的破壊シミュレーション, 2: 準動的地震シーケンスシミュレーション, 3: FDP=H 行列法の開発) に対して, それぞれ(1) 系統的な実地震のモデル化, (2) コード開発と余震問題への適用, (3) 実問題での性能評

価の実施, について取り組むことを挙げた. 今年度のそれぞれの項目の達成状況としては, 前述のように 2016 年カイクウラ地震の個別断層の挙動解明, 余震特性の再現, 3次元応力グリーン関数への適用可能性の実証, について成果を上げることが出来た. それらの成果については, 二つのあらたなシミュレーションコード, 一本の国際誌, 一本の修士論文としてとりまとめることが出来た.

今後は, 項目1については引き続き, 系統的な実地震イベントへの適用を行っていくとともに, 項目2, 3については今年度の成果をベースにして新たな展開を行う. 具体的には, 2については現状で一回の本震イベントのシミュレーションであるところを, より大規模な計算問題へと拡張し, 多数回の本震イベントの繰り返し発生現象へ適用していき, 地震繰り返しパターンの統計則に与える断層形状の複雑性の効果を明らかにしていく.

項目3については, 昨年までの取り組みで遅れがあったが今年度に大きな進展があり, 手法の有望性が確認された. 現状は HACApK の適用が積分核行列の低ランク近似に留まっているところを, 今後は畳み込み積分にもちいる行列ベクトル積への適用にまで拡張する. そのために, 従来の HACApK の行列ベクトル積演算を行列行列積演算へと拡張する実装を行う. また, その実装を用いて, 3次元動弾性問題について性能評価を行う.

## 7. 研究業績一覧 (発表予定も含む. 投稿中・投稿予定は含まない)

### (1) 学術論文 (査読あり)

So Ozawa and Ryosuke Ando, "Mainshock and Aftershock Sequence Simulation in Geometrically Complex Fault Zones", JGR Solid Earth, DOI: 10.1029/2020JB020865, 2020

- (2) 国際会議プロシーディングス (査読あり)

該当なし

- (3) 国際会議発表 (査読なし)

該当なし

- (4) 国内会議発表 (査読なし)

So Ozawa, Ryosuke Ando, "Numerical simulations of mainshock and aftershock sequences on geometrically complex fault zones", JpGU-AGU joint meeting, 千葉, (2020 年 7 月)

R. Ando, Modes of slow earthquakes and temperature dependence of brittle-ductile mixed rheology, 日本地震学会秋季大会, オンライン(2020 年 10 月)

- (5) 公開したライブラリなど

該当なし

- (6) その他(特許, プレスリリース, 著書等)

久河竜也, 境界積分方程式法による 3 次元動弾性シミュレーションの 2018 年北海道胆振東部地震への適用と高速化手法, 修士論文, 東京大学大学院理学系研究科, 2020 年 3 月