jh200018-NAH

界面に適合する AMR 法を用いた非圧縮性気液二相流の完全陽解法計算と GPU 実装 – MPF 法による泡沫の計算 –

青木 尊之 (東京工業大学)

概要

泡沫形成のシミュレーションにおいて、トポロジー的に分離している気体(気泡)にそれぞ れ異なるフェーズフィールド変数を用いるマルチフェーズフィールド法を導入した。弱圧縮 性流体計算による Navier-Stokes 方程式を解く手法と格子ボルツマン法の両方でマルチフェ ーズフィールド法を GPU 計算で実装し、その有効性を検証した。気泡どうしの非物理的な合 体を阻止することができ、液体中の多数の気泡が上昇し液面に泡沫を形成する過程をシミュ レーションすることができた。Navier-Stokes 方程式の弱圧縮性流体計算では、界面活性剤 の輸送を考慮した高解像度計算の結果と非常に良く一致した結果を得た。格子ボルツマン法 の3次元計算では、泡沫の典型的な準安定配置が形成されことを示した。また、気液界面に 高解像度格子を割当てる AMR 法が、マルチフェーズフィールド法にも有効であることを確認 することができた。

- 1. 共同研究に関する情報
- (1) 共同研究を実施した拠点名
 九州大学 情報基盤研究開発センター
- (2) 共同研究分野// 超大規模数値計算系応用分野
- (3)参加研究者の役割分担
 <u>青木 尊之</u>(東エ大):研究総括および計算手法 から GPU 実装に至る詳細な指示
 - <u>白崎実</u>(横国大):気液界面における表面張力 項の離散化と液膜安定性の検討
 - 高木 知弘(京都工芸繊維大): MPF 法の導入助言
 - 杉原 健太 (東エ大): GPU 計算の高速化
 - 渡辺 勢也 (九大):動的領域分割の実装
 - <u>松下 真太郎</u> (東エ大):弱圧縮性 NS による気液 二相流計算への MPF 法の実装
 - <u>Yos Sitompul Panagaman</u> (東工大): LBM による 気液二相流計算
 - <u>YANG Kai</u> (東エ大):液膜への AMR 細分化格子の 適合
 - <u>吉泉 瑛</u>(東エ大):弱圧縮性 NS による気液二相 流と物体の相互作用計算 他 13 名
- 2. 研究の目的と意義

本研究は 2018 年度からの継続研究であり、一貫した研究目的と研究背景を述べる。

流体力学において、気液二相流は多くの未解決の 問題を含む分野として認識されている。特に水と空 気が激しく入り混じる高レイノルズ数の気液二相流 では界面が大きく変形するため、その数値解析は気 液界面近傍を高い解像度で計算する必要がある。非 圧縮性流体解析では、一般に非圧縮性条件を満足さ せるために圧力ポアソン方程式を線形行列解法で解 き、その圧力により速度を修正する半陰解法が用い られている。水と空気のような気液二相流では密度 比が 1000 倍近くになり、係数行列の非ゼロ要素に密 度が含まれるため極めて悪条件の疎行列となる。大 規模になると、この疎行列計算はマルチグリッド法 などの前処理を用いても反復計算の収束性が非常に 悪化し、半陰解法を用いた手法では、100 億格子点以 上の高解像度気液二相流解析の実現は非常に厳しい。

本研究は 2018 年度からの継続研究であり、時間積 分を半陰解法から完全陽解法に変更し(ポアソン方 程式を解かずに)、細分化格子を気液界面に適合(AMR 法)することにより大幅な格子点の削減(1/100以下) を行い、エクサスケールまで見通せる気液二相流の 大規模計算手法を開発してきた。

一方、GPU は単体プロセッサとして演算性能が高く、 HBM2 などの高帯域メモリが使えるため、流体計算に は非常に適している。しかし、CUDA によるプログラ ミングや動的なメモリ確保・解放に対して、アプリ ケーション側でメモリの管理をする必要があるなど の障壁も多い。これまでの研究で、それらを克服し 複数 GPU を用いた AMR コードを開発してきた。

2020 年度は泡沫のシミュレーションを研究課題と する。泡沫は多数の気泡が薄い液膜で仕切られてい て、液体中の不純物は界面活性作用を持つことが多 いため、泡沫がかなり長時間安定な場合が多い。そ のため日常的にもしばしば泡沫を目にする。泡沫中 の液体の体積分率は非常に低く、気体部分の流動性 はかなり低いため、数値計算を行うには高解像度格 子を液膜近傍に集める AMR が必須と言える。

気液界面を表現するフェーズフィールド(PF: Phase Field) 変数が単一(液膜の両側の気相が同一 変数)の場合、液膜に対して十分な格子解像度が無 い場合には、液膜が数値的に破断(断裂)し気泡が崩 壊してしまうことが 2019 年度の研究で明らかにな った。そこで、本研究では液膜の内部の流動まで計 算するために、多結晶粒成長の計算で用いられるマ ルチフェーズフィールド (MPF: Multi-Phase Field) 法を導入し、少ない格子で液膜のダイナミクスを計 算することを試みる。液膜内部の流動まで計算する ような泡沫のダイナミクスの直接計算は世界的に全 く行われていなく(少なくとも研究代表者は見たこ とがない)、流体力学的に非常に先進的な研究と言え る。2020年度は、泡沫の直接計算を行うことができ る手法の確立とコード開発を行い、GPU スパコンで泡 沫シミュレーションを実証することを目的とする。

液膜・泡沫の大規模計算を行うことが可能になれ ば、泡沫の流動特性や伝熱特性、物質拡散などの流 体力学的な新しい知見が得られる。産業界では液膜 や泡沫は産業や工業プロセスに広く現れ、例えば車 のトランスミッション・ギアの冷却にオイルが使わ れるが、ギアの高速回転により多数の気泡がオイル 中に取り込まれる。オイル全体が白濁化し、泡沫が 生成されビールの泡のような状態になる。生成され た泡沫は一定時間は崩壊せず、準安定な泡沫が形成 される。泡沫の中の液柱を通じて熱伝達が行われる が、その詳細を解析することが可能になる。また、化 学工学などでも泡沫を含んだプロセス制御や発泡を 利用した工業製品において、バルクの成長過程を予 測できるようになる。

界面に適合する AMR 法を用いた気液二相流解析の 適用は液膜だけでなく、これまで解析できなかった 大規模な気液二相流シミュレーションも可能になる。 エンジン燃焼室へ液体状態で供給されるガソリン・ ジェットの噴霧解析や燃料電池内の排水、より高い レイノルズ数での風波計算などが可能になる。界面 の砕波で取り込まれた空気が気泡となって水面に上 昇し、破砲する際にどの程度小さな液滴が生成され、 それが地球温暖化における海面での二酸化炭素交換 にどのように影響するかなどの新しい知見が得られ るなどの意義がある。

3. 当拠点公募型研究として実施した意義

研究代表者のグループはこれまで大規模計算(HPC 分野)で多くの実績があり、GPU コンピューティング の研究を牽引してきた。本共同研究の体制は、今年 度新たに導入する MPF 法に多くの知見を持つ材料分 野の研究者に加わってもらい、気液二相流の計算で 先進的な研究を進めている横浜国立大学の研究者、 陽解法である格子ボルツマン法で自由界面の大規模 計算を進めてきた日本原子力研究開発機構の研究者 らで構成されている。特に MPF 法による液膜計算の 安定化について有意義な議論を行うことができる。 JHPCN の枠組みを使い、HPC 分野の研究者と計算力 学分野の研究者が連携することで初めて GPU スパコ ンを用いた実問題の大規模二相流シミュレーション を達成することができる。

4. 前年度までに得られた研究成果の概要

本研究は2018 年度からの継続研究であり、2018 年 度は、時間積分を半陰解法から完全陽解法に変更し (ポアソン方程式を解かずに)、圧縮性の Navier-Stokes (NS) 方程式を解くことで、弱圧縮性計算手法 (WC: Weakly Compressible)の気液二相流計算手法を 確立した。さらに、細分化格子を気液界面に適合(AMR 法)することにより大幅な格子点の削減(1/100 以下) を行い、エクサスケールまで見通せる気液二相流の 大規模計算手法を開発した。

2019 年度は、気液界面に細分化格子を動的に配置 させるAMRコードを液膜シミュレーションに適用し、 不純物を含んだ溶液に対して粘弾性を考慮した非ニ ュートン性の気液二相流計算を行った。非イオン性 の界面活性剤の濃度を輸送方程式で解き、気液界面 における表面張力分布を考慮した計算を行った。界 面活性剤濃度が十分高ければ、濃度差マランゴニ効 果が重力による薄膜化に抗して、液膜を安定化する 結果を得た。

5. 今年度の研究成果の詳細

気液界面を表現するフェーズフィールド変数が単 ー(液膜の両側の気相が同一変数)の場合、液膜に対 して十分な格子解像度が無いと、液膜が数値的に破 断(断裂)してしまう。そこで、研究計画書に示した 通り、多結晶粒成長の計算で用いられる MPF 法を導 入し、少ない格子で液膜のダイナミクスの計算を進 めた。

陽解法で非圧縮性流体を計算できる手法として研究を進めてきた弱圧縮性流体計算による Navier-Stokes 方程式を解く手法 WC-NS と格子ボルツマン 法(LBM)による泡沫計算の結果を示す。

5.1 MPF 法の導入

これまで単一のフェーズフィールド変数により気 相と液相を識別していたのに対し、MPF 法は、トポロ ジー的に分離している気体(気泡)に対して、それぞ れ異なるフェーズフィールド変数を用いる。液相の フェーズフィールド変数を ϕ_0 としたとき、気相に対 しては ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 など、気泡の数に合わせて複数の フェーズフィールド変数を導入する。添え字i はそ れぞれの相(独立した気泡)を表している。図1に 示すように $\phi_i = 1$ のところでは、i番目の気泡がその 場を占めており $\phi_i = 0$ (閾値以下)のときは、i番目 の気泡はそのセルに存在しないことを表している。 また、各セルで ϕ_i の総和が1になるようにしている。





図 2 MPF 法の気液二相流への適用

MPF 法における変数の時間発展は、以下の支配方程 式を解く。

$$\begin{split} \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{u}\phi_i) \\ &= \bar{\gamma} \Bigg[\epsilon \nabla \cdot (\nabla \phi_i) - \nabla \cdot \left(\phi_i (1 - \phi_i) \frac{\nabla \phi_i}{|\nabla \phi_i|} \right) \\ &- \frac{\phi_i^2}{\sum\limits_{j=1}^N \phi_j^2} \sum\limits_{j=1}^N \left\{ \nabla \cdot \left(\phi_j (1 - \phi_j) \frac{\nabla \phi_j}{|\nabla \phi_j|} \right) \right\} \Bigg] \end{split}$$

密度 ρ および粘性係数 μ は $\rho = \phi_g \rho_g + (1 - \phi_g) \rho_l$ 、 $\mu = \phi_g \mu_g + (1 - \phi_g) \mu_l$ として与えられ、 ϕ_g は計算 格子点における気泡における最大値とし、

 $\phi_q = \max(\phi_1, \dots, \phi_{n-1}, \phi_n)$

これらと流体計算がカップルされる。

5.2 ATP 法の高速化

MPF 法の計算では、各相の変数を計算領域全体に 取ると相(気泡)の数分のメモリが必要になり、気泡 の数が増えると非現実的な計算となってしまう。相 が存在する格子にのみ変数を割当て、メモリを有効 に使う APT (Active Parameter Tracking)法を導入す ることが不可欠となる。しかし、APT 法はメモリ参照 が計算の律速となっているため、従来の Packing 図 3(a)から新しい Packing (b)に変更する。メモリ使用 量は少し増えるがメモリアクセスが高速になり、全 体の計算は約2倍程度高速化された。



5.3 水面で液膜を形成する単一気泡上昇の検証

今回初めて WC-NS 手法に MPF 法を導入するため、 基礎的な単一気泡上昇の検証計算を行った。計算領 域0.02 × 0.04 mの中に直径*d* = 8.0 mmの気泡の中 心座標を(0.01,0.01) mとなるように配置し、*y* = 0.02 mに水面を設定した。格子数64 × 128として単 - PF 法と MPF 法それぞれについて計算を行った。

図4に単一PF 法を用いた計算の気液界面の時間変化 を示し、図5に MPF 法の時間変化を示す。単一 PF 法で は液膜を形成できずに崩壊しているが、MPF 法では液膜 が崩壊せず準安定状態が達成されている。



図 4 弱圧縮性流体計算による気泡上昇シミュレーション. (a) 単一 PF 法, (b) MPF 法

また、MPF 法の結果(a)と昨年度に行った界面活性 剤の輸送を考慮した単一PF 法を用いた AMR 法の計算 結果(b)との比較を行った。AMR 法の最細格子サイズ は均一格子で計算する場合の512×1024格子のサイ ズに相当し、両者の気液界面の形状がよく一致して いて、MPF 法は比較的低解像度格子でも液膜のシミュ レーションが可能であることが分かった。



図 5 (a) MPF 法の結果. (b) 界面活性剤の輸送を考慮 した AMR 法による高解像度の単一 PF 法の結果.

5.4 WC-NS 手法による泡沫シミュレーション

計算領域80×160 mm中に直径*d* = 8.0 mmの気 泡を等間隔で20個配置し、*y* = 49.6 mmに設置した 水面に気泡が上昇する計算を WC-NS 手法でシミュレ ーションした。格子数256×512として単一 PF 法と



図 6 単一 PF 法による多数の気泡上昇のシミュレー ション

MPF 法を用いて行った計算の密度プロファイルの時 間変化を示す。図6の単一 PF 法を用いた計算では全 ての気泡が合体し一切液膜を形成できていないが、 MPF 法では液膜が崩壊せず系全体が安定して泡沫を 形成することを確認した。 学際大規模情報基盤共同利用·共同研究拠点 2020 年度共同研究 最終報告書



図 7 MPF 法による多数の気泡上昇のシミュレーシ ョン

5.5 LBM による多数の気泡を含んだチャネル乱流
 のシミュレーション

格子ボルツマン法(LBM)は一般的に密度変化を伴 う流れの計算に向いていないが、これまで Cumulant 型衝突項とフィルターを導入することにより高密度 比の気液二相流の計算を可能にしている。

多数の気泡を含んだパイプ内の気液二相乱流計算 を行っている。従来のシミュレーションは気液の密 度比が小さく、低レイノルズ数で気泡が殆ど変形し ない条件で計算されていた。MPF 法を導入し、気泡毎 に異なる相を割り当てることにより、気泡の非物理 的な合体を防ぐことができるようになった。実際の 水と空気の密度比831、 $\text{Re}_{\tau} = 550$ という高レイノル ズ数、実際の表面張力の値を用いた Eötvös 数 $\text{E}_{o} =$ 1.21、Morton 数 $M_{o} = 2.55 \times 10^{-11}$ の計算が可能であ ることを示した。

2.1 億格子を用い、円形断面の流路に対して Interpolated Bounce Back 法の境界条件を適用する ことにより、実験と定量的な比較を行うことのでき る計算が初めて可能になり、水平方向の平均ボイド 率分布(図8(a))、摩擦速度で規格化した主流方向の 平均速度分布など計算結果と実験と良く一致する結 果が得られた。単相(気泡を全く含まない)の場合の 計算結果を点線で示している。さらに、実験では測 定できないレイノルズ応力などの乱流諸量のプロフ ァイルが得られることも明らかにすることができた。 このことから、多数の気泡を含んだシミュレーションに対する MPF 法の有効性を定量的に確認することができた。



図8(a) 平均ボイド率分布、(b) 摩擦速度で規格化 した主流方向の平均速度分布、(c) レイノルズ 応力分布. 点線は単相の場合の分布.

実験では測定できない瞬時の情報として、気泡の 空間分布と気泡の後流に発生する渦を図9に示す。 多数の気泡上昇により駆動されるチャネル内流れの 乱流構造を示す速度勾配テンソルの第二不変量の等 値面分布を示している。単相のチャネル乱流とは乱 流構造が大きく異なることを示すことができた。





- 図 9 (a) 気泡の空間分布と、気泡の後流に発生する 渦.(b) 多数の気泡上昇により駆動される乱流 の速度勾配テンソルの第二不変量の等値面分 布.
- 5.6 LBM による泡沫形成の 3 次元シミュレーション

パイプ内の気泡乱流のコードを用い、200×200× 480 の均一格子を用いて泡沫の3次元計算を行った。 8 GPU を用いて2週間程度の計算時間がかかる。MPF 法はメモリ使用量が多いため LBM ではなく有限体積 法を用いて計算している。圧力の時間発展方程式の 計算を時間ステップ内で 10 回程度反復させること により、非圧縮性により近い流れ場になることが明 らかになった。水中に多数の気泡を含み上方に大気 との界面のある状態から開始し、多数の気泡が上昇 して水面上に泡沫を形成する計算を行った。その結 果、液膜が気泡間の隔壁となり、図 10 に示すような 泡沫の典型的な準安定配置が形成されることを明ら かにした。





図 10 多数の気泡上昇による液面上の泡沫形成過程 の3次元シミュレーション.

また、図 11 のように気液界面に高解像度格子を割当 てる AMR 法が MPF 法にも有効であることを確認するこ とができた。ただ、AMR フレームワーク化での APT 法の GPU 実装は容易ではなく、高速化の余地が十分にある。



- 図 11 AMR 法を導入した MPF 法による気泡シミュレー ション
- 6. 今年度の進捗状況と今後の展望

進捗の遅れていた WC-NS 手法による気液二相流計 算への MPF 法の導入を年度後半に実施した。また、 MPF 法を導入した LBM の気液二相流計算に AMR 法の フレームワークを適用し、液膜近傍に高解像度格子 を割り当てる実装も年度後半に進めることができた。 WC-NS と LBM のどちらの手法でも MPF 法を導入する ことで泡沫シミュレーションは可能であるという見 通しを得た。泡沫の流体力学特性を明らかにする部 分は、今後の課題としたい。

今後は最初に気泡ありきの単純な気泡上昇問題だ けでなく、より一般的な流れに適用できるように進 める。MPF 法を導入した気液二相流においても、同一 相であれば合体と分裂が生じる。分裂した気泡は径 が小さいため物理的には合体し難いので、数値的に 再合体しないように、分裂直後に異なる相へ変更す るラベリング処理を行う必要がある。一方、MPF 法は 異なる相の気泡どうしの非物理的な合体を阻止でき る反面、強い圧力で気泡が合体すべき場合にも合体 させない問題があり、同じくラベリング処理で同一 相に戻す操作を行うなど、MPF 法の気液二相流計算の さらなる高度化を進める。

7. 研究業績一覧

- (1) 学術論文
- [1-1] Seiya Watanabe, <u>Takayuki Aoki</u>, Tomohiro Takaki: A domain partitioning method using a multi-phasefield model for block-based AMR applications, Parallel Computing, Vol.97, 2020 (<u>https://doi.org/10.1016/j.parco.2020.102647</u>)

- [1-2] Kai Yang, <u>Takayuki Aoki</u>: Weakly compressible Navier-Stokes solver based on evolving pressure projection method for two-phase flow simulations, J. Comput. Phys., Vol. 431, 15 April 2021, 110113 (<u>https://doi.org/10.1016/j.jcp.2021.110113</u>)
- [1-3] Yos Panagaman Sitompul, <u>Takayuki Aoki</u> and Tomohiro Takaki: Simulation of Turbulent Bubbly Pipe Flow with High Density Ratio and High Reynolds Number by using the Lattice Boltzmann Method and a Multi-phase Field Model, Intl. J. Multiphase Flow, Vol. 134, January 2021, 103505 (<u>https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.10</u> <u>3505</u>)
- [1-4] Seiya Watanabea, <u>Takayuki Aoki</u>: Large-scale Flow Simulations Using Lattice Boltzmann Method with AMR Following Free-surface on Multiple GPUs, Comput. Phys. Comm., Vol. 264, July 2021, 107871 (<u>https://doi.org/10.1016/j.cpc.2021.107871</u>)
- [1-5] 吉泉 瑛,<u>青木尊之</u>,松下慎太郎,渡辺勢也, 楊 開:弱圧縮性流体計算手法による二粒子 間液架橋の数値シミュレーション,日本混相流 学会誌「混相流」,採択
- (2) 国際会議プロシーディングス なし
- (3) 国際会議発表
- [3-1] Takayuki Aoki, Parallel CFD 2020+1, Nice, France, May 2021 (Plenary Talk) (予定)
- [3-2] Takayuki Aoki, International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD11), Maui, Hawaii, July 2021, (Plenary Talk) (予定)
- [3-3] S.Matsushita, T.Aoki: A simulation of the liquid film by using weakly compressible scheme with interface-adapted AMR method, Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems (COMPSAFE), Kobe, Japan, 10 Dec 2020.
- [3-4] Yos Panagaman Sitompul, T.Aoki: Turbulent Bubbly Pipe Flow Simulation with High Density Ratio and Reynolds number using Lattice Boltzmann Method and Multi-phase Field Model, Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems, COMPSAFE, Kobe, Japan, 10 Dec 2020.
- [3-5] Seiya Watanabe, Jun Kawahara, Takayuki Aoki: Simulations of free-surface flows including driftwoods for evaluating disaster-reduction of a tide-protection forest, COMPSAFE2020, 10 Dec 2020
- [3-6] Kai Yang, Takayuki Aoki : An Iterative Pressure Evolution Based Solver On Collocated Grid for Incompressible Two-Phase Flow, WCCM-ECCOMAS 2020, 11 Jan 2021
- [3-7] Shintaro Matsushita, Takayuki Aoki, Ritsuya Aoki, Yang Kai : A Numerical Simulation Of Two-Phase Oil-Jet Injected From A Circular Bent Nozzle With Interface-Adapted Amr Method, WCCM-ECCOMAS 2020, 11 Jan 2021

学際大規模情報基盤共同利用·共同研究拠点 2020 年度共同研究 最終報告書

(4) 国内会議発表

- [4-1] 青木尊之:弱圧縮性計算手法による非圧縮性の混相流シミュレーション、日本流体力学会第34回数値流体力学シンポジウム、特別講演、2020年12月21日
- [4-2] 松下真太郎, 青木尊之: 界面に適合する AMR 法と弱圧縮性解法による濃度差マランゴニ効 果を考慮した液膜形成シミュレーション, 第 25回計算工学講演会, 大宮, 2020 年 5 月
- [4-3] 渡辺 勢也,青木 尊之,松下 真太郎,胡 長洪, 高木 知弘: MPF 法による動的負荷分散の気液 二相流 AMR 計算への適用と性能評価,第25回 計算工学講演会,大宮,2020年5月
- [4-4] Sitompul Yos Panagaman, Aoki Takayuki, Takaki Tomohiro: A Simulation of Turbulent Bubbly Flow in a Pipe using Cumulant Lattice Boltzmann Method, 混相流シンポジウム 2020, 2020 年 8 月 22 日 (Online)
- [4-5] 吉泉瑛,青木尊之,松下真太郎,渡辺勢也,Yang Kai:弱圧縮性流体計算手法による二粒子間液 架橋の数値シミュレーション,混相流シンポジ ウム 2020, 2020 年 8 月 22 日 (Online)
- [4-6] 松下真太郎,青木尊之:界面に適合する AMR 法を用いた気液二相流計算手法による界面活 性剤の濃度差マランゴニ効果を考慮した液膜 形成シミュレーション,混相流シンポジウム 2020,2020 年 8 月 22 日 (Online)
- [4-7] 青木 尊之: 混相流と流体構造連成の革新的シ ミュレーション, GTC Fall 2020, 2020 年 10 月 8 日(Online)
- [4-8] 松下 真太郎,青木 尊之,青木 律也,Yang Kai: AMR 法を導入した弱圧縮性気液二相流計算の 動的領域分割による複数 GPU 化,第 34 回数値 流体力学シンポジウム,2020 年 12 月 21 日
- [4-9] 小野寺 直幸, 井戸村 泰宏, 朝比 祐一, 長谷川 雄太, 下川辺 隆史, 青木 尊之: ブロック型適 合細分化格子での Poisson 解法の GPU・CPU・ ARM プロセッサに対する性能測定, 第 34 回数 値流体力学シンポジウム, 2020 年 12 月 21 日
- [4-10] 渡辺 勢也,大橋 遼河,青木 尊之:適合細分化格子を用いた Cumulant LBM による球周りの流れの高解像度計算,第 34 回数値流体力学シンポジウム,2020 年 12 月 21 日
- (5) その他(特許、プレス発表、著書等)
- [5-1] 青木尊之: HPCI 優秀成果賞, 2020年10月31日
- [5-2] Tada Eric,Watanabe Seiya, Yamaguchi Daiki, Aoki Takayuki: グラフィックスアワード優秀賞, 第 25回計算工学講演会, 大宮, 2020 年 5 月
- [5-3] 渡辺 勢也, 青木 尊之, 松下 真太郎, 胡 長洪, 高木 知弘: グラフィックスアワード・Visual Computing 賞, 第 25 回計算工学講演会, 大宮, 2020年5月

- [5-4] 松下真太郎, 青木尊之: 前年度優秀論文賞受賞 記事, 日本計算工学会誌「計算工学」Vol.25, No.2, 2020 年
- [5-5] 松下真太郎,青木尊之:気液二相流のマルチス ケール・マルチフィジックスシミュレーション, 解説,トライボロジー学会誌「トライボロジス ト」2020年11月号
- [5-6] 青木尊之:弱圧縮性計算手法による非圧縮性 混相流シミュレーション、日本シミュレーショ ン学会誌「シミュレーション」、最先端研究, Vol.39 No.3, 2020