

物理的なクォーク質量における エネルギー運動量テンソルの研究

谷口 裕介・金谷 和至（筑波大学）

概要

Gradient flow（勾配流）に基づく SFtX 法 (small flow-time expansion method) を応用して、原理的問題が無い Wilson 型クォークを使った物理点での $2+1$ フレーバー格子 QCD のエネルギー運動量テンソルやカイラル感受率の温度依存性を、大規模数値シミュレーションにより研究した。2019 年度は、物理点における有限温度ゲージ配位生成を進めるとともに、SFtX 法の改良に向けて、くりこみスケール依存性と高次マッチング係数の効果の研究を行い、物理点における解析方法を開発した。また、重いクォーク領域における $2+1$ フレーバー QCD の相構造研究も進めた。物理点におけるクォーク物質の熱力学特性に関しては、QCD 相転移温度が、スタガード型クォークによる予言より低い可能性を示唆する中間結果を得た。

1 共同研究に関する情報

1.1 共同研究を実施した拠点名

北海道大学情報基盤センター

1.2 共同研究分野

■超大規模数値計算系応用分野

1.3 参加研究者の役割分担

谷口裕介	研究の総括、コード開発、シミュレーションの実行と解析
金谷和至	研究の方向性へのアドバイス、シミュレーションの実行と解析
鈴木博	理論的整備、シミュレーションの実行と解析
北沢正清	シミュレーションの実行と解析
馬場惇	シミュレーションの実行と解析
江尻信司	シミュレーションの実行と解析
梅田貴士	シミュレーションの実行と解析

2 研究の目的と意義

138 億年前のビッグバンからの膨張・冷却により、宇宙年齢 10^{-4} 秒頃（温度約 1 兆度）に、クォークが自由に飛び回る「クォーク・グルオン・プラズマ状態」（高温相）から、クォークが陽子や中性子の中に閉じ込められている「ハドロン状態」（低温相）への相転移があったと考えられている。この QCD 相転移の解明は、我々の知る元素がいかにかに創成されたかの初期状態の解明でもあり、宇宙史における物質進化を理解する上で極めて重要である。

本研究の目標は、QCD 相転移近傍で、高温のクォーク物質がどのような熱力学的性質を持っているかを、量子色力学 (QCD) の第一原理に直接基づいた格子 QCD シミュレーションにより研究することにある。これまで多くの研究は、計算量が比較的少ないスタガード型格子

クォークを用いて行われているが、連続極限で現実の QCD を再現することが保証されていない。我々は、理論的基礎が確立している Wilson 型格子クォークを用い、クォーク質量を現実の値に調整した 2 + 1 フレーバー QCD の大規模シミュレーション研究を、当拠点公募型研究を含む様々な計算機資源を動員して、推進している。原理的問題が無い Wilson 型クォークの結果をスタガード型クォークの結果と比較することにより、格子による系統誤差をより精密に議論することができるようになる。

並進対称性に伴う保存カレントとして定義されるエネルギー運動量テンソルは系の力学特性を調べる上で基本的な観測量だが、格子上では連続な並進対称性が離散的なものに壊されているため、従来方法では、非自明な繰り込みと混合を非摂動的に決定するという、複雑で困難な作業が要求されていた。また、Wilson 型クォークには、カイラル対称性に関わる物理量に関して格子化誤差が大きく、それを取り除くために膨大な計算資源が要求されるという困難があった。

我々は、Gradient flow（勾配流）に基づいて鈴木博らにより開発された SFtX 法 (small flow-time expansion method) を応用して、これらの困難を克服する。

勾配流とは、仮想的な時間パラメータ t (flow-time) を導入して一種の拡散方程式により場の量を変形・平準化 (smear) させる手法で、 $t > 0$ ではフローさせた場で作る演算子が紫外発散も同一点特異性も持たないという目覚ましい特性を持っている。SFtX 法は、勾配流のこの有限性を活用して、連続極限のくりこまれた物理量に対応する量を格子上で評価する一般的な計算方法である。格子化により有限格子上では陽に壊されてしまう対称性と結びついた物理量でも直接評価できる。これまで SFtX 法は主に動的

なクォークが含まれないクエンチ近似 QCD でテストされていたが、我々は、SFtX 法が、並進対称性の破れだけでなく Wilson 型クォークのカイラルの破れの困難にも有効であることに着目し、2 + 1 フレーバーの動的なクォークを含む現実的 QCD に SFtX 法を応用した一連の研究を推進している。

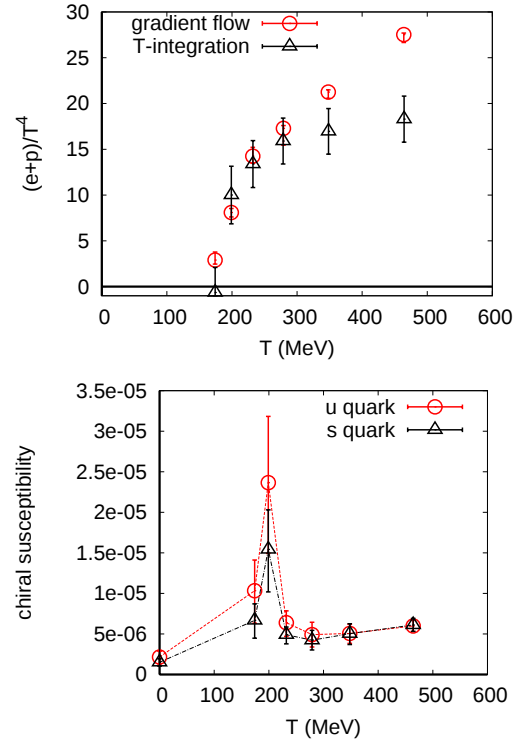


図1 ud クォークが現実より重い 2 + 1 フレーバー QCD におけるエントロピー密度とカイラル感受率 [Y. Taniguchi et al., Phys. Rev. D 96, 014509 (2017); Erratum: *ibid.* 99, 059904(E) (2019)]

その最初の結果の一部を図 1 に示す。s クォーク質量はほぼ現実の値だが、u,d クォークが現実よりやや重い QCD を、格子間隔 0.07fm で研究した。上図で、SFtX 法で計算したエネルギー運動量テンソルから評価したエントロピー密度 (赤丸) と、従来の積分法による結果 (黒三角) が、300MeV 以下の温度でよく一致していることがわかる。高温での不一致は

$O(1/N_t^2)$ の格子誤差が $N_t < 8$ で現れたものである。下図は、Wilson 型クォークとして初めて得られたカイラル感受率で、この場合の相転移温度 190MeV で期待するピークが現れるのを見て取れる。このほか、位相感受率でも物理的期待と一致する結果を得、SFtX 法が極めて有用である確証を得た。

この成果を得て、クォーク質量を現実の値に調整した物理点 $2+1$ フレーバー QCD シミュレーションを、非摂動的に $O(a)$ 改良した Wilson 型クォーク作用とくりこみ群で改良した岩崎ゲージ作用を使って推進している。

3 当拠点公募型研究として実施した意義

$2+1$ フレーバー QCD の物理点有限温度ゲージ配位は、東京大学・筑波大学の Oakforest-PACS や九州大学の ITO など生成しているが、そのゲージ配位の Gradient flow (勾配流) による flow-time 発展や、フローさせた各段階での物理量測定は多くは、JHPCN2019 年度共同研究に基づいて採択された北海道大学情報基盤センター Grand Chariot の計算資源を用いて実行した。Grand Chariot は、細かいプログラム変更に対応できる柔軟性に優れており、様々な観測や、SFtX 法の改良にむけた試験研究を実行する上で、極めて有用である。

4 今年度の研究成果の詳細

2019 年度は、格子間隔 0.09fm での物理点 $2+1$ フレーバー QCD シミュレーションを継続し、これまでに蓄積した有限温度ゲージ配位を用いて、エネルギー運動量テンソルとカイラル感受率を測定した。また、SFtX 法の信頼性と適応力を拡大させる技術開発も進めた。今後、物理点ゲージ配位生成を完成させるとともに、これまでの測定を発展させて、位相感受率

や、エネルギー運動量テンソルの相関関数からクォーク・グルーオンプラズマの輸送係数や粘性係数を引き出す試みも進める。

4.1 SFtX 法におけるくりこみスケールの研究

SFtX 法では、求めるくりこまれた物理量を $t > 0$ にフローさせた格子上の演算子とマッチング係数で結びつけ、その $t \rightarrow 0$ 極限で物理量を計算する。QCD を含む漸近自由な理論では、 $t \approx 0$ で摂動論が有効であり、マッチング係数を摂動計算できる。この計算におけるくりこみスケール μ は、摂動計算が破綻しない限りどんな値を取っても良く、物理量の最終結果は μ に依存しない。通常は、フローさせた演算子の自然なスケールのひとつである $\mu_d = 1/\sqrt{8t}$ (=フローによる平準化スケール) を取るが、それと同程度ならば何をとっても良い。他方、SFtX 法で $t \rightarrow 0$ 外挿を実行する上で、 t をどこまで利用できるかは実用上重要である。 t が大き過ぎると赤外領域に入り摂動計算が破綻するが、摂動展開の良さは μ に依存する。

図 2 に、くりこみスケールとして、従来の μ_d を使った結果と、最近 Harlander らにより提案された $\mu_0 = 1/\sqrt{2e^{\gamma_E}t} \approx 1.5\mu_d$ [γ_E はオイラー数] を使った結果を比較する。エントロピー密度 (上図) と ud クォークのカイラル感受率 (下図) の t 依存性を示す。 μ_d を使った結果が $t/a^2 \leq 1.5$ しか無いのは、そこ以上では摂動展開が破綻するからである。ud クォークが重い場合より格子がやや粗いために、 t/a^2 の有効領域が狭くなっている。他方、 μ_0 では $t/a^2 \approx 3$ まで摂動計算可能である。左図より、 μ_0 スケールでより安定した $t \rightarrow 0$ 外挿が可能であり、その結果は μ_d の結果と一致していることがわかる。右図より、 μ_d スケールでは $t \rightarrow 0$ 外挿をどのようにとって良いか分からない場合でも、 μ_0 スケールにより線形領域が広がり、 $t \rightarrow 0$ 外挿が可能となる場合があること

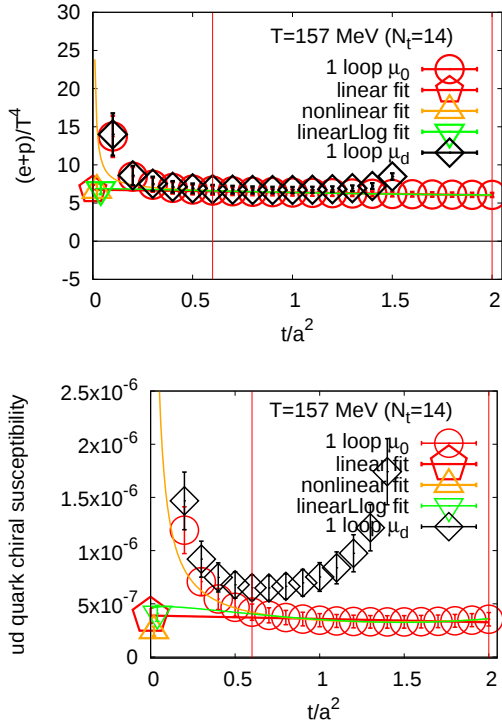


図2 物理点 2+1 フレーバー QCD におけるエントロピー密度とカイラル感受率の無次元フロー時間 t/a^2 依存性 [プロシーディングス 4]

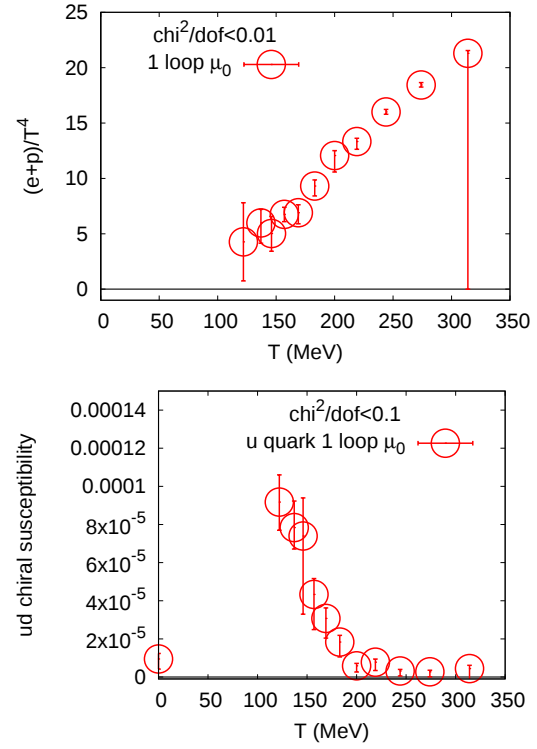


図3 物理点 2+1 フレーバー QCD のエントロピー密度とカイラル感受率 [プロシーディングス 4]

がわかる [プロシーディングス 4]。

μ_0 スケールの試験は、配位生成が完了している ud クォークが現実より重い場合にも行い、同様の結果を得た [その他 2]。

4.2 物理点 2+1 フレーバー QCD の熱力学量

上記の結果を得て、 μ_0 スケールを採用して物理点での熱力学量を評価した中間結果が、図 3 である。ここで、 $T \approx 122-146\text{MeV}$ のシミュレーションは進行中で、統計が十分ではない。また、ud クォークが重い場合の経験から、 $T > 247\text{MeV}$ ($N_t < 8$) では格子化誤差が含まれると予想される。

これらを含むいくつかの物理量の挙動から、 $T \approx 122-146\text{ MeV}$ が相転移温度近傍の臨界領域に含まれることが示唆された。スタガード型クォークを使った物理点シミュレーションから

は、連続極限で $T_c = 156.5(1.5)\text{MeV}$ との予想があり、我々の結果は、相転移温度がこれよりやや低い可能性を示唆している [プロシーディングス 4]。しかし、明確な結論を得るためには低温領域で更なる統計が必要であり、現在そのための有限温度配位生成を進めている。

4.3 SFtX 法における 2-loop マッチング係数

前節までの研究は、マッチング係数として Makino-Suzuki による 1-loop 摂動計算の結果を用いたものだが、最近、Harlander らによりエネルギー運動量テンソルに関するマッチング係数の 2-loop 計算の結果が公表された。 $t \rightarrow 0$ 極限ではどちらも同じ結果を導くはずだが、有限の t からの外挿では、より精密なマッチングを行うことで、よりスムーズに $t \rightarrow 0$ 外挿できる可能性がある。動的クォークを無視したクエンチ近似 QCD による試験の結果では、2-loop

係数を用いた方が $t \rightarrow 0$ 外挿のスロープがやや小さくなることが報告されている。

2-loop マッチング係数の効果を調べるために、十分な統計がある u,d クォークが現実より重い $2+1$ フレーバー QCD で、また、前節の結果を受けて μ_0 スケールを採用して試験した [プロシーディングス 4, 論文 2]。

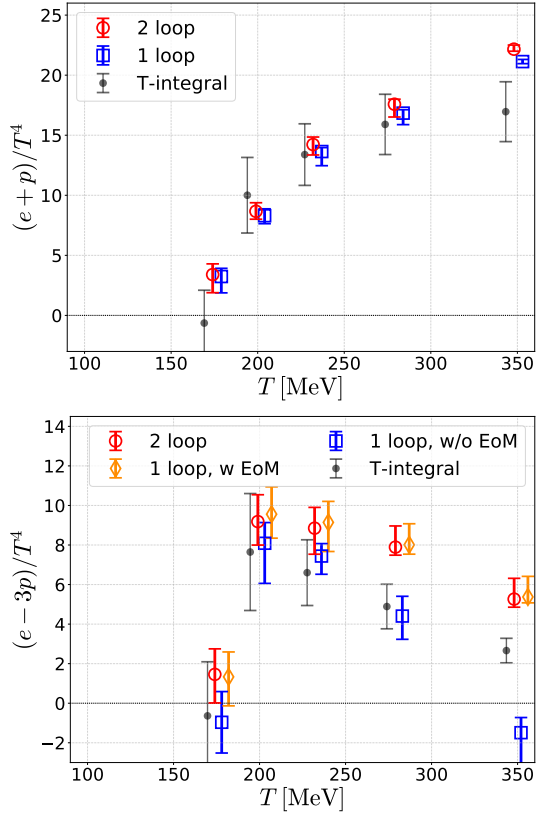


図 4 ud クォークが重い $2+1$ フレーバー QCD における 2-loop マッチング係数の試験：エントロピー密度とトレース・アノマリ [論文 2]

図 4 上図のエントロピー密度では、1 ループの結果と 2 ループの結果がよく一致していることがわかる。他方、下図のトレース・アノマリでは、 $T \geq 250\text{MeV}$ でズレが見える。

実は、Harlander らの 2-loop 計算では、クォークの運動方程式を使って独立な演算子を減らしている。クォークの運動方程式はエネルギー

運動量テンソルの対角成分にのみ作用するので、エントロピー密度には影響しないが、トレース・アノマリには効果がある。運動方程式は、SFtX 法で連続極限外挿を行なった後では効果が無いはずだが、有限格子上では格子化誤差を持ちうる。

高温領域でのズレの原因を明確にするために、Harlander らのマッチング係数の 1-loop 部分だけを取り出してトレース・アノマリを評価したものが、図 4 下図の "1-loop, w EoM" である。これから、運動方程式を使った 1-loop の結果と 2-loop の結果はよく一致しており、ズレはクォークの運動方程式によるものであることがわかる。

これらから、(1) マッチング係数の高次項の効果そのものは小さく、クエンチ近似 QCD による試験で報告された 2-loop による改善は、このシミュレーションでは明確ではないこと、(2) $N_t \leq 10$ の格子では、運動方程式の格子化誤差を無視できないことが示唆される。(1) については、このシミュレーション点では SFtX 法で $t \rightarrow 0$ 外挿を行うための線型的振る舞いが既に十分強く、これ以上改善する余地が小さかったからと考えられる。

4.4 クォークが重い極限近くの $2+1$ フレーバー QCD の相構造

並行して、クォークが重い極限近くの $2+1$ フレーバー QCD を使って、1 次相転移を含む相構造の研究手法開発も進めている。1 次相転領域の端である臨界点は、有限密度 QCD の相図にも現れ、実験的に重要な情報である。我々は臨界点を検出する手法として、再重み付け法とヒストグラム法を組み合わせた手法を開発してきたが、その発展として、重クォーク展開の高次項の効果と格子間隔依存性の研究を行なった [論文 1]。

全てのクォークが重い極限で、有限温度相転

移は弱い 1 次相転移であることが知られている。クォークを軽くしていくと、クォーク場がスピン系における外部磁場のように作用し、1 次相転移はクロスオーバーに変わる。2 フレーバー QCD で重クォーク展開と再重み付け法を使ってポリアコフ・ループのヒストグラムから評価した臨界点を、重クォーク展開を用いて $2+1$ フレーバーの相構造に一般化した。

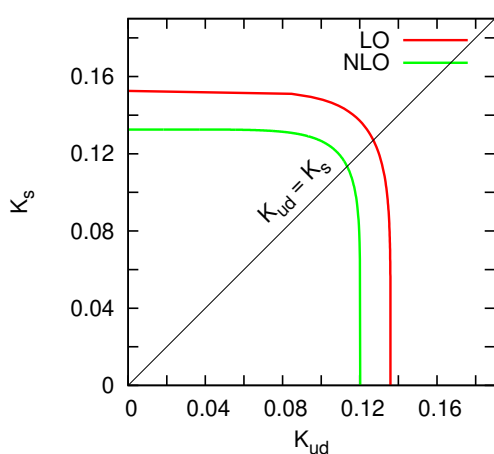


図 5 クォークが重い極限近くでの $2+1$ フレーバー QCD の相構造: $N_t = 6$ 格子の結果 [論文 1]

図 5 に、クォークが重い極限近くでの $2+1$ フレーバー QCD における 1 次相転移領域（原点近傍）とクロスオーバー領域の間の臨界線を、重クォーク展開で評価した結果を示す。横軸は ud クォーク質量の逆数に対応する ud クォーク ホッピングパラメータで、縦軸は s クォーク ホッピングパラメータ。重クォーク展開の最低次による臨界線（赤線）が、重クォーク展開のその次の次数の効果を取り入れると緑線に変化する。連続極限に近づくにつれて重クォーク展開の収束性が悪く、また格子間隔依存性も有意にあり、定量的予言はまだ難しいが、有限密度では計算コストを抑える上で重クォーク展開が有用であり、より高次の展開でどこまで改

良できるかがひとつの方向性と考えられる [論文 1]。また、この方法に SFtX を組み合わせた研究も進行中である [プロシーディングス 5]。

5 今年度の進捗状況と今後の展望

物理点でのシミュレーションを進める中で行った試験的解析の結果、それまで採用していた μ_d スケールでは、SFtX 法で $t \rightarrow 0$ 外挿を行うための線型的振る舞いが明確でない物理量がいくつか出てくることが判明した。そこで、当初の計画を一部変更して、SFtX 法の改良に向けた試験研究を先行させた。その結果、くりこみスケールとして μ_0 を採用することにより、SFtX 法の信頼性と応用可能範囲を大きく改善できることを発見した。実際、並行して進めていた物理点での有限温度シミュレーションで生成された配位に、 μ_0 スケールを使った解析を行うと、 μ_d スケールによる物理点計算で遭遇していた困難の多くが回避できることが明らかになった。

他方、物理点 QCD の相転移温度については、当初の予想より低い温度が示唆される中間結果を得た。格子間隔がまだ 1 点でのみの結果だが、従来、格子間隔を小さくして連続極限に近づけると相転移温度が小さくなる傾向がしばしば見られるので、我々の中間結果は、QCD 相転移の相転移温度が、スタガード型クォークを使って予言されている相転移温度より低い可能性があることを示唆している。現在、低温領域の臨界領域の配位生成を進めているが、臨界減速と大きな格子体積により、大きな計算資源が要求されている。引き続きシミュレーションを進め、相転移温度の正確な値など、QCD 相転移に関する明確な情報を引き出す計画である。

これらのために、当初予定していた、エネルギー運動量テンソルの 2 点相関関数から輸送係数などの情報を引き出す研究も中断している。

μ_0 スケールや、さらに大きな $2 \times \mu_d$ スケールなどにより、シグナルの大きな改善が見込まれるので、それらを取り入れた試験研究をできるだけ早期に再開したいと考えている。

最終的には、物理点 QCD のこの格子間隔での相転移温度やクォーク物質の熱力学的性質を確定するとともに、格子間隔を変えた物理点 QCD の系統的シミュレーションを進めて、Wilson 型クォークによる QCD 相転移に関する最終結論を得ることを目指している。その方向に向けた準備研究も開始した。

6 研究業績一覧（発表予定も含む）

学術論文（査読あり）

1. S. Ejiri, S. Itagaki, R. Iwami, K. Kanaya, M. Kitazawa, A. Kiyohara, M. Shirogane, T. Umeda, “End point of the first-order phase transition of QCD in the heavy quark region by reweighting from quenched QCD”, *Physical Review D* **101**, no.5, 054505 (2020), doi:10.1103/PhysRevD.101.054505 [arXiv:1912.10500 [hep-lat]].
2. Y. Taniguchi, S. Ejiri, K. Kanaya, M. Kitazawa, H. Suzuki, T. Umeda, “ $N_f = 2 + 1$ QCD thermodynamics with gradient flow using two-loop matching coefficients”, [arXiv:2005.00251 [hep-lat]]. *Physical Review D* に投稿中

国際会議プロシーディングス（査読あり）

1. A. Baba, S. Ejiri, K. Kanaya, M. Kitazawa, T. Shimojo, A. Suzuki, H. Suzuki, Y. Taniguchi and T. Umeda, “Measuring of chiral susceptibility using gradient flow”, *Proceeding of Science LATTICE 2018*, 173 (2019).

2. Y. Taniguchi, A. Baba, S. Ejiri, K. Kanaya, M. Kitazawa, T. Shimojo, A. Suzuki, H. Suzuki, T. Umeda, “Study of energy-momentum tensor correlation function in $N_f = 2 + 1$ full QCD for QGP viscosities”, *Proceeding of Science LATTICE 2018*, 166 (2019).
3. M. Shirogane, S. Ejiri, R. Iwami, K. Kanaya, M. Kitazawa, H. Suzuki, Y. Taniguchi, T. Umeda, “Equation of state near the first order phase transition point of SU(3) gauge theory using gradient flow”, *Proceeding of Science LATTICE 2018*, 164 (2019).
4. K. Kanaya, A. Baba, A. Suzuki, S. Ejiri, M. Kitazawa, H. Suzuki, Y. Taniguchi, T. Umeda, “Study of 2+1 flavor finite-temperature QCD using improved Wilson quarks at the physical point with the gradient flow”, *Proceeding of Science LATTICE2019*, 088 (2020) [arXiv:1910.13036 [hep-lat]].
5. S. Ejiri, S. Itagaki, R. Iwami, K. Kanaya, M. Kitazawa, A. Kiyohara, M. Shirogane, Y. Taniguchi, T. Umeda, “Determination of the endpoint of the first order deconfinement phase transition in the heavy quark region of QCD”, *Proceeding of Science LATTICE2019* (2020) [arXiv:1912.11426 [hep-lat]].
6. A. Baba, S. Ejiri, K. Kanaya, M. Kitazawa, A. Suzuki, H. Suzuki, Y. Taniguchi, T. Umeda, “Calculation of PCAC mass with Wilson fermion using gradient flow”, *Proceeding of Science LATTICE2019* (2020). [arXiv:2001.01524 [hep-lat]].

国際会議発表 (査読なし)

1. H. Suzuki, “Gradient flow and the EMT on the lattice”, invited talk at “Frontiers in Lattice QCD and related topics”, 15–26 April (2019), Kyoto, Japan
2. K. Kanaya, “Study of 2 + 1 flavor finite-temperature QCD with improved Wilson quarks at the physical point with the gradient flow”, Lattice 2019, 16–22 June (2019), Wuhan, China
3. Y. Taniguchi, “Non-perturbative renormalization of Kaon B parameter using gradient flow”, Lattice 2019, 16–22 June (2019), Wuhan, China
4. S. Ejiri, “Determination of the endpoint of the first order deconfinement phase transition in the heavy quark region of QCD”, Lattice 2019, 16–22 June (2019), Wuhan, China
5. S. Ejiri, “Center symmetry and the sign problem of finite density lattice gauge theory”, XQCD 2019, 24–26 June (2019), Tokyo, Japan
6. K. Kanaya, “Thermodynamic properties of QGP at the physical point with the gradient flow method”, XQCD 2019, 24–26 June (2019), Tokyo, Japan
7. Y. Taniguchi, “QCD energy-momentum tensor using gradient flow”, invited talk at XQCD 2019, 24–26 June (2019), Tokyo, Japan
8. M. Kitazawa, “Stress Tensor on the Lattice”, invited talk at “Frontiers in Lattice QCD and related topics”, 15–26 April (2019), Kyoto, Japan
9. H. Suzuki, “Application of the gradient flow to the energy-momentum tensor”,

invited talk at the international workshop “Advances in Lattice Gauge Theory 2019”, 22 July–9 August (2019), CERN, Geneva, Switzerland

10. K. Kanaya, “(2+1)-flavor QCD thermodynamics using the gradient flow”, 11th Symposium on Discovery, Fusion, Creation of New Knowledge by Multidisciplinary Computational Sciences, 15 October (2019), Tsukuba, Japan
11. S. Ejiri, “Quark number distribution function and center symmetry in finite density lattice QCD”, CLUSHIQ2020, 23–24 January (2020), Beppu, Japan

その他 (特許, プレス発表, 著書等)

1. 鈴木博, “グラディエントフロー—エネルギー運動量テンソルへの応用を中心として—”, 原子核研究, 2019 年 9 月 64(1) 52–64
2. 鈴木博, Summer School, “Frontiers in Lattice QCD” における集中講義 “Gradient Flow”, 1–3 July (2019), 北京大学, Beijing, China