#### jh130014-NA09

大規模フェーズフィールド計算による高精度凝固組織予測システムの構築

高木 知弘 (京都工芸繊維大学)

概要 本研究では、合金凝固時に形成される複雑なデンドライト形態を表現可能なフェ ーズフィールド法を用い、東工大の GPU スパコン TSUBAME2.5 による超大規模フェ ーズフィールド計算を可能とし、合金凝固組織の高精度予測および形成メカニズムの解 明を行うことを目的としている。今年度は、二元合金凝固に対する定量的フェーズフィ ールドモデルを一方向凝固問題に拡張し、引き抜き速度に対応して領域を移動させる moving frame algorism を適用した GPU コードを開発した.また、TSUBAME2.5 用 に並列 GPU コーディングを行い、3 次元計算を可能とした.本手法を用いることで、 単結晶体と二結晶体に対する複数デンドライトの競合成長シミュレーションを行った. その結果、最近実験的に確認された新たな淘汰現象を再現し、そのメカニズムを解明し た.また、デンドライトの配列現象解明の研究に着手した.

#### 1. 研究の目的と意義

軽量かつ高強度な新材料の開発のためには、レ アアースなどの希少高価な材料を用いるかどうか に関わらず、 ミクロンオーダーの材料組織を高精 度にコントロールすることが極めて重要である. このためには試行錯誤的に行われる実験的手法に 加え,多種多様なプロセス因子を体系的に評価可 能な数値シミュレーション技術の確立が必要とな る. 材料組織は、鋳造・圧延・熱処理・塑性加工 といった様々な加工プロセスでその形態を変化さ せるが,一番初めに材料組織が形成される凝固過 程における凝固組織を高精度にコントロールして おけば、引き続き行われる加工プロセスにおいて 形成される組織コントロールが容易もしくは不要 となる. 凝固過程において形成される典型的な材 料組織はデンドライト(樹枝状結晶)である.デ ンドライトは極めて複雑な形態を有しており、自 由境界値問題をそのまま解く従来の方法では表現 が困難であり,界面位置を追従する必用のないフ ェーズフィールド法が最も強力な数値モデルとし て定着しつつある.

本研究では、新材料開発を支援する大規模フェ ーズフィールド計算に基づく高精度凝固組織予測 システムの構築を目的とする.これは2011年にゴ ードンベル賞を受賞した研究の継続研究であり、 今年度は界面幅(格子サイズ)に依存しない定量 的評価を可能とする定量的フェーズフィールド法 を新たに導入し実用的なシステムの構築を目指す. また,構築するシステムを用いた系統的な大規模 シミュレーションを行うことで,複数デンドライ ト間の競合成長メカニズムを解明し,新材料開発 のために必要となる基礎データの蓄積を行う.

日本が経済大国を維持するためには、ものづく りの根幹となる材料開発を先導し続ける必要があ る. 材料開発には新しい元素を既存材料に添加す ることに加え,材料組織を適切にコントロールす るプロセスの最適設計が不可欠である.しかしな がら、材料加工プロセスにおけるコントロール因 子は非常に多く、それらを従来の実験による試行 錯誤的な評価のみで行うには限界がある.また, 実験のみによる材料組織形成メカニズムの本質的 解明は困難である. さらに, 最近の実験技術の向 上により、Spring-8 等の大規模放射光施設を用い た金属材料の凝固過程その場観察技術が確立しつ つあるが,試験対象は0.1 mm程度の薄膜,つまり 2次元現象に限定されており,実際の材料内部で生 じる 3 次元空間における組織形成予測は現在のと ころ不可能である. そのため, 数値シミュレーシ ョンによる材料組織設計法およびプロセス設計法 の確立は、新材料開発のために極めて意義深い. しかしながら,材料組織計算はコストが極めて大 きくなり, 複数デンドライトから構成される凝固 組織の完全 3 次元構造を表現した計算は、世界的 にみても殆ど報告されていない. そのため, 大規 学際大規模情報基盤共同利用·共同研究拠点 平成 25 年度共同研究 最終報告書 2014 年 5 月

模凝固シミュレーションで世界をリードし,最先 まず,大野(北大)が定量的 phase-field モデ 端の研究成果を出し続けることは大変重要である. ルを構築し,その基本プログラムを作成した. 次

# 当拠点公募型共同研究として実施した意義 (1)共同研究を実施した拠点名および役割分担

拠点名:東京工業大学

役割分担:

高木 知弘 (京都工芸繊維大学・大学院工芸科学研 究科)

研究全体の統括,フェーズフィールドモデル導入 と基本評価および計算データ評価

青木 尊之(東京工業大学・学術国際情報センター)大規模 GPU 計算の統括・Kepler コアの GPU に対するチューニング

大野 宗一(北海道大学・大学院工学研究院) 定量的フェーズフィールドモデルの構築とプログ ラムへの実装

下川辺 隆史 (東京工業大学・学術国際情報センタ ー)

並列 GPU プログラムの開発および TSUBAME への実 装と計算のサポート

堀井 麻有(京都工芸繊維大学・工芸科学研究科) 計算の実行と結果のデータ処理

#### (2) 共同研究分野

超大規模数値計算系応用分野

#### (3) 当公募型共同研究ならではという事項など

本研究は、フェーズフィールド法と材料工学の 専門家と超大規模計算の専門家のコラボレーショ ンによって進められており、本共同研究ならでは の研究体制である.また、極めて効果的な連携作 業を進めており、着実に成果を出すことができて いる. まず、大野(北大)が定量的 phase-field モデ ルを構築し、その基本プログラムを作成した.次 に、高木(京工繊大)が GPU にコーディングを行 い、青木・下川辺(東工大)が TSUBAME 用にコー ドを並列 GPU 化およびチューニングした.そのコ ードを用いることで、高木・堀井(京工繊大)が 計算を行い、データの整理と結果の考察を行った. このように、作業分担は極めて明確であり、本共 同研究ならではの異分野コラボレーションが効果 的に遂行されている.

# 3. 研究成果の詳細と当初計画の達成状況

#### (1) 研究成果の詳細について

3-1-1 定量的フェーズフィールドモデルの一方向 凝固問題への拡張

2 元合金凝固の定量的フェーズフィールドモデ ル(M. Ohno, K. Matsuura, PRE, 79, 2009, 031603) を一方向凝固問題に拡張した.本モデルでは、フ ェーズフィールド¢, 濃度 c, 温度 T の三つの変数 を用いる.フェーズフィールド変数¢ は, 液相内 で $\phi$  = -1, 固相内で $\phi$  = +1 と定義する.溶質濃度 c は  $u = (c - cl^{o})/(cl^{e} - cs^{e})$ で定義される無次元過飽和 度によって表す.ここで,  $cl^{e} \ge cs^{e}$ は温度 T にお ける液相線と固相線上の平衡濃度であり、分配係 数 k を用いて  $cs^{e} = k cl^{e}$  の関係がある.温度 T は 温度勾配を一定とする近似を用い, z 方向の温度分 布を  $T(z) = T_{0} + G(z - V_{p}t)$ によって表す.ここで,  $T_{0}$ は z = 0 の温度, G は温度勾配,  $V_{p}$ は引張速度, t は時間である.フェーズフィールド¢の時間発展 方程式は次式によって表される.

$$\begin{aligned} &a_{s}(\theta)^{2} \left[1 - (1 - k)u'\right] \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla \cdot \left(a_{s}(\nabla \phi)^{2} \nabla \phi\right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[a_{s}(\nabla \phi) \frac{\partial a_{s}(\nabla \phi)}{\partial \phi_{,x}} (\nabla \phi)^{2}\right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[a_{s}(\nabla \phi) \frac{\partial a_{s}(\nabla \phi)}{\partial \phi_{,y}} (\nabla \phi)^{2}\right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[a_{s}(\nabla \phi) \frac{\partial a_{s}(\nabla \phi)}{\partial \phi_{,z}} (\nabla \phi)^{2}\right] \\ &- \frac{df(\phi)}{d\phi} - \lambda^{*} \frac{dg(\phi)}{d\phi} (u + u') \end{aligned}$$

(1)

ここで、 $df(\phi)/df = -\phi + \phi^3$ 、 $dg(\phi)/d\phi = (1-\phi^2)^2$ 、 $\lambda^* = a_1 W/d_0$ 、 $a_1 = 0.8839$ 、W は界面幅、 $d_0$ はキャピラリ

学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点 平成25年度共同研究 最終報告書 2014年5月

ー長さである. また, as は異方性関数であり,

$$a_{s}(\nabla\phi) = (1 - 3\zeta) \left\{ 1 + \frac{4\zeta}{1 - 3\zeta} \frac{\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{4} + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^{4} + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^{4}}{\left|\nabla\phi\right|^{4}} \right\}$$
(2)

を用いる. *ζ* は異方性強度である.ここで,異なるデンドライトの優先成長方向を表現するため, 次式で表される座標変換をφの勾配に対して行う.

$ \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \widetilde{x}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \widetilde{y}} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \widetilde{z}} \end{bmatrix} $	$ \left. \right\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \tilde{x}} \\ \frac{\partial x}{\partial \tilde{y}} \\ \frac{\partial x}{\partial \tilde{z}} \end{bmatrix} $	$     \frac{\partial y}{\partial \tilde{x}} \\     \frac{\partial y}{\partial \tilde{y}} \\     \frac{\partial y}{\partial \tilde{z}}   $	$ \begin{array}{c} \frac{\partial z}{\partial \tilde{x}}\\ \frac{\partial z}{\partial z}\\ \frac{\partial y}{\partial z}\\ \frac{\partial z}{\partial \tilde{z}} \end{array} \right   \begin{array}{c} \frac{\partial z}{\partial z}\\ \frac{\partial z}{\partial z}\\ \frac{\partial z}{\partial z}\\ \frac{\partial z}{\partial z} \end{array} $	$\frac{\phi}{x} \frac{\phi}{y} \frac{\phi}{z}$				
$= \begin{bmatrix} 1\\0\\0 \end{bmatrix}$	$0 \\ \cos \theta_x \\ -\sin \theta_x$	$\begin{array}{c} 0\\ \sin\theta_x\\ \cos\theta_x \end{array}$	$\begin{bmatrix} \cos \theta_y \\ 0 \\ -\sin \theta_y \end{bmatrix}$	0 1 0	$\frac{\sin\theta_{y}}{0} \\ \cos\theta_{y} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos \theta_z \\ -\sin \theta_z \\ 0 \end{bmatrix}$	$     \sin \theta_z \\     \cos \theta_z \\     0 $	$ \begin{array}{c} 0\\ 0\\ 1 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \phi}{\partial x}\\ \frac{\partial \phi}{\partial y}\\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{array} \right\} $ $ \begin{array}{c} (3) \end{array} $

また,式(1)の u'は, z 軸方向の温度変化によって 付加される無次元過飽和度であり,

$$u' = \frac{z - V_p t}{l_T} \tag{4}$$

によって表される.ここで、 $l_T$ は $l_T = |m|(1-k)cl'/G$ によって定義される長さ、mは液相線勾配である.

無次元過飽和度 u の時間発展方程式は次式により表される.

$$\frac{1}{2} [1 + k - (1 - k)\phi] \frac{\partial u}{\partial t} =$$

$$a_2 \lambda^* \nabla [q(\phi) \nabla u - j_{AT}] + \frac{1}{2} [1 + (1 - k)u] \frac{\partial \phi}{\partial t} - a_2 \lambda^* \nabla \cdot J$$
(5)

ここで, *j*<sub>AT</sub>は

$$j_{AT} = -a(\phi)W[1 + (1 - k)u]\frac{\partial\phi}{\partial t}\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}$$
(6)

で表される anti-trapping current であり、この項 の導入により界面幅に依存しない結果を出す定量 性が保障される.また、J は濃度場を揺らがすた めに加えられる流束である. 3-1-2 一方向凝固問題のための moving frame algorithm

本一方向凝固シミュレーションにおいては、温 度分布を  $T(z) = T_0 + G(z - V_p t)$ によって近似する. しかしながら、長い時間の計算を行う場合、非常 に大きな計算領域を必要とする.このため、計算 領域を引き抜き速度に対応させて移動させる moving frame algorithm を採用する.本シミュレ ーションでは、速度  $V_p$ で格子サイズ $\Delta z$ 移動する時 間 $\Delta z/V_p$ の間は、温度を  $T(z) = T_0 + G(z - V_p t)$ に従っ て変化させ、時間 $\Delta z/V_p$ 毎に z方向の格子点の値を 一つ下の格子点に移動させる方法を適用する.

3-1-3 二結晶競合成長シミュレーションによる新 しい淘汰現象の解明

図1に示す計算領域を用いた Al-Cu 二元合金の 二結晶競合成長シミュレーションを行う. 1840×  $n_y \times 1536$ の差分格子点を用い,格子サイズは $\Delta x =$  $\Delta y = \Delta z = 0.75$  µm とする. 初期に全領域を 3 wt% の液相で満たし,領域下端面に図1のように核を 配置する. ここで,左から四つは優先成長方向が 熱流方向と等しい FO(favorably oriented)デンド ライト,右の四つは優先成長方向が熱流方向から 15° 傾いた UO(unfavorably oriented)デンドライ トとする.境界条件は,全方向に対して零ノイマ ン条件を設定する.



Fig. 1 Computational conditions for bi-crystal competitive growth simulation.

図2は, n<sub>v</sub>=80の場合の形態変化を示す. 白い 領域が固体 (φ=0の等高面), 色は奥行き方向中 央における液相の濃度分布を示す.計算を開始す ると、領域下端部に置かれた核から成長がはじま り、図(a)のように半球の核はデンドライト形態へ と変化する. 図(b)の 500000 steps までは温度を  $T(z) = T_0 + G(z - V_p t)$ に従って変化させ、それ以降は 領域を引き抜き速度に対応させて移動させる. 図 (b)と図(c)では、図1のF01 デンドライトに向か って傾いた UO デンドライトが成長し, UO デンド ライトが F01 デンドライトに成長を止められてい る.図(d)はUOデンドライトがFO1デンドライト を淘汰する直前の状態である.このUOデンドライ トはU040, つまり 40 本目の U0 デンドライトであ る.図(e)は38000000 step時の結果であり、この 時点で UO デンドライトが全ての FO デンドライト を淘汰していることがわかる.

一般に、異なる優先成長方向を有するデンドラ イトの淘汰現象においては、優先成長方向と熱流 方向の角度が小さいデンドライトが傾きの大きい デンドライトを淘汰するといわれているが、本結 果のように傾きの大きなデンドライトが小さいデ ンドライトを淘汰する現象が実験的に確認されて おり、本3次元シミュレーションにおいてその現 象が再現され、これによって詳細なメカニズムが 解明された.また、nyを変えたシミュレーション を行っており、領域幅の影響が淘汰現象に及ぼす 影響を明らかにした.(詳細は論文投稿前であり省 略する)



(a) 100000 steps



(b) 500000 steps



(c) 10000000 steps



(d) 22900000 steps



Fig. 2 Dendrite morphological changes during directional solidification of bi-crystal.  $(n_y = 80)$ 

3-1-4 単結晶競合成長シミュレーションによるデ ンドライト配列挙動評価

図3と図4は、単結晶材の一方向凝固シミュレ ーションの結果である.512×512×1536の格子を 用い,x方向とy方向の境界を周期境界としてい る.初期において、領域下端面中央に一つの半球 形核を配置し、その他の条件は図1と同じである.

図3と図4より,計算初期に固体が下端面を覆 い,そこから複数の突起が上方向へ向かって成長 していることがわかる.しばらくは競合成長をす るが,ある一定の時間が経過するとデンドライト 本数は一定になり,その配置を変えつつある定位 置で定常成長を続けた.

この計算を複数行っており,現在,デンドライトの配列メカニズムについて詳細な検討を行っているところである.



(a) 100000 steps (b) 1000000 steps (c) 17000000 stepsFig. 3 Dendrite morphological changes during directional solidification of single crystal. (side view)



(a) 100000 steps (b) 1000000 steps (c) 17000000 stepsFig. 4 Dendrite morphological changes during directional solidification of single crystal. (top view)

#### (2) 当初計画の達成状況について

前節に示したように,3-1-1~4の研究を行った. ここで, 3-1-1 と 3-1-2 のモデルの構築および GPU コーディングは計画通り達成できた. しかしなが ら, GPU コーディングと TSUBAME 用並列 GPU コー ディング、およびバグ取り等に時間がかかり、並 列化は1次元並列にとどまった.このため、予定 していた超大規模計算に着手することはできなか った.一方で,最近凝固分野で新しく発見された 新しい淘汰現象に着目し、この現象を解明する始 めての3次元シミュレーションを行うことに成功 した. 3-1-3 がこの成果であり,現在論文を執筆 中である. 更に, 3-1-4 で示した単結晶デンドラ イトの配列挙動も凝固分野では大変興味深い現象 であり,本大規模計算によりその研究をスタート することができた. このような3次元計算は凝固 分野では世界的にも初めての試みであり、スパコ ン TSUBAME を用いて初めて達成できたものである.

#### 4. 今後の展望

今年度の成果により,大規模フェーズフィール ド計算による3次元問題における複数デンドライ ト成長現象の解明に向けた研究をスタートするこ とができた. デンドライトは鋳造時に形成される 典型的な凝固組織形態であり,本シミュレーショ ン手法の適用範囲は極めて広い. 今年度のシミュ レーション結果を用いて,現在複数の論文を執筆 中である. 今後, 3-1-3 で行ったシミュレーショ ンを更に大規模化させ、完全に3次元状態での2 結晶競合成長を行う.また、3-1-4の結果を詳細 に考察し,必要であれば追加計算を行う.さらに, 今後,液相の強制&自然対流を導入した一方向凝 固シミュレーションを行い、液相の流れが一方向 凝固現象に及ぼす影響を評価可能なコードを開発 予定である.この際,流体シミュレーションには 格子ボルツマン法を用いる.

# 5. 研究成果リスト

## (1) 学術論文(投稿中のものは「投稿中」と明記)

Phase-field modeling and simulations of dendrite growth, <u>T. Takaki</u>, ISIJ International, Vol.54, No.2, 2014/02, 437-444.

Unexpected selection of growing dendrites by very-large-scale phase-field simulation, <u>T.</u> <u>Takaki, T. Shimokawabe, M. Ohno</u>, A. Yamanaka, <u>T. Aoki</u>, Journal of Crystal Growth, Vol. 382, 2013/11, 21-25.

# (2) 国際会議プロシーディングス

無し

#### (3) 国際会議発表

Two-dimensional selection in dendritic growth of binary alloy by quantitative phase-field simulations, <u>M. Horii</u>, <u>T. Takaki</u>, <u>M. Ohno</u>, 5th Asia Pacific Congress on Computational Mechanics & 4th International Symposium on Computational Mechanics (APCOM & ISCM).

GPU Phase-Field Simulations of Dendrite Competitive Growth in Directional Solidification [invited], <u>T. Takaki</u>, The 8th Pacific Rim International Conference on Advanced Materials and Processing (PRICM8).

Large-scale phase-field simulations during directional solidification of binary alloy, <u>T.</u> <u>Takaki</u>, 平成 25 年度 CMRI(東北大学計算材料科 学研究拠点)研究会 CMSI 特別支援課題「合金凝固 組織の高精度制御を目指したデンドライト組織の 大規模数値計算」, 2013 年 7 月 30 日. Large-Scale Phase-Field Computations for Solidification Microstructure Design [Keynote], <u>T. Takaki</u>, The 3rd International Symposium on Cutting Edge of Computer Simulation of Solidification, Casting and Refining (CSSCR2013).

Phase-field Simulations of Competitive Dendritic Growth during Directional Solidification of Binary Alloy, <u>M. Horii, T.</u> <u>Takaki, M. Ohno</u>, The 3rd International Symposium on Cutting Edge of Computer Simulation of Solidification, Casting and Refining (CSSCR2013).

# (4) 国内会議発表

定量的 phase-field モデルによる 3 次元一方向凝 固シミュレーション,<u>高木知弘</u>,<u>大野宗一</u>,日本 鉄 鋼 協 会 第 167 回 春 季 講 演 大 会 , 2014/03/21-23.

GPU スパコン TSUBAME によるデンドライト淘汰現象の phase-field シミュレーション,<u>高木知弘</u>, <u>下川辺隆史</u>,<u>大野宗一</u>,山中晃徳,<u>青木尊之</u>,日本機械学会第26回計算力学講演会CD-ROM論文集, No. 13-3,2013/11/2,1614.

Al-Cu 合金の 2 次元デンドライト競合成長シミュ レーション,<u>堀井麻有</u>,<u>高木知弘</u>,<u>大野宗一</u>,日 本機械学会第 26 回計算力学講演会 CD-ROM 論文集, No. 13-3, 2013/11/2, 1613.

Phase-field シミュレーションによる 2 次元デン ドライト淘汰メカニズムの解明,<u>高木知弘</u>,<u>堀井</u> <u>麻有</u>,<u>大野宗一</u>,日本鉄鋼協会第 166 回秋季講演 大会,2013/9/17-19.

定量的 phase-field モデルによる 2 次元デンドラ イト競合成長シミュレーション, 堀井麻有, 高木 学際大規模情報基盤共同利用·共同研究拠点 平成 25 年度共同研究 最終報告書 2014 年 5 月

<u>知弘</u>, <u>大野宗一</u>, 日本鉄鋼協会第 166 回秋季講演 大会, 2013/9/17-19.

一方向凝固デンドライト競合成長の二次元
 phase-field シミュレーション,<u>堀井麻有</u>,<u>高木</u>
 <u>知弘</u>,<u>大野宗一</u>,計算工学講演会論文集,Vol.18,
 2013/6/19-21, D-3-1.

### (5) その他(特許, プレス発表, 著書等)

# (受賞)

APACM Award for Young Investigators in Computational Mechanics For significant contributions in the field of computational mechanics, <u>高木知弘</u>, 2013年12月12日受賞.

一般社団法人日本機械学会 計算力学部門 第 91
期(2013年度) 業績賞,<u>高木知弘</u>,2013年11月
3日受賞.

一般社団法人日本機械学会 第 25 回計算力学講演 会(CMD2012)優秀講演表彰,<u>高木知弘</u>,2013年6 月 14 日受賞.

# (著書)

計算力学レクチャーコース フェーズフィールド 法入門,小山 敏幸,<u>高木知弘</u> 共著,丸善出版, 2013年4月13日発行.

#### (国内招待発表)

Phase-field 法による材料組織形成シミュレーシ ョン,<u>高木知弘</u>,土木学会応用力学委員会(東北 地区)特別講演会,2013年12月18日.

鉄鋼協会 材料の組織と特性部会 若手フォーラム 平成 25 年度第 2 回研究会, <u>高木知弘</u>, Multi-phase-field モデルとシミュレーション, 2014年11月18日.

溶接学会界面接合研究委員会、凝固と粒成長のフ

ェーズフィールドモデルとシミュレーション,<u>高</u> 木知弘,2014年10月4日.

産総研セミナー,フェーズフィールド法とそのき 裂進展問題への応用,<u>高木知弘</u>,2013年7月5日.

日本鉄鋼協会「計算工学による組織と特性予測技術 II」研究会 最終報告会,<u>高木知弘</u>,マルチフ エーズフィールド法による再結晶シミュレーショ ン,2013年5月9日.