

13-NA23

## 核融合炉先進ブランケットデザイン条件における高精度 MHD 熱伝達データベースの構築と乱流モデリング

山本 義暢, 猿渡 祥悟 (山梨大学) 功刀 資彰 (京都大学)  
小林 広明, 江川 隆輔, 小松 一彦 (東北大学)

**概要** 核融合炉先進ブランケットデザイン条件を対象とし, 世界最大規模のレイノルズ数, ハルトマン数条件下での DNS データベース構築とそれに基づく乱流モデリング及び熱伝達予測式の評価を実施した. また直接数値計算コード (擬スペクトル法及び高精度差分法) の強スケーリングにおけるベンチマークを実施し, ベクトル並列計算機では 16 倍の並列数においても 90%近い並列効果が得られることを確認し, 世界最大規模のレイノルズ数・ハルトマン数条件下の DNS データベース構築に成功した. 得られたデータベースを用い乱流モデリングに関する考察を行った.

### 1. 研究の目的と意義

核融合炉次世代ブランケット冷却材 (及び増殖材) の有力候補の一つである FLiBe 熔融塩(LiF と BeF の混合熔融塩)は, 1) 化学的安定性, 2) 磁気流体力学的 (MHD, Magneto-Hydro-Dynamics) 圧力損失の劇的低減, 3) 冷却材のみならず増殖材及び中性子増倍材といった多機能性を有している反面, [1]腐食, [2]伝熱劣化の問題点が指摘されている.

この FLiBe 熔融塩はプラントル数 20-40 程度の高プラントル数流体(プラントル数: 運動量拡散と熱拡散の比, プラントル数 40 の場合, 熱拡散は運動量拡散の 1/40 であることを示す)であるため, その伝熱特性は乱流伝達に強く依存する. しかしその高プラントル流体における MHD 乱流熱伝達の知見は非常に少ない. 原因としては, 非定常性・3次元性を有する強非線形・散逸力学現象であり, 理論的取り扱いが困難であること, さらに実験的手法においても磁場下を対象とするため, 電子機器を用いた高精度計測機器が適用できないこと, また不透明流体であるためレーザ等の光学測定や可視化が困難であることが挙げられる.

筆者らは平成 24 年度 JHPCN 共同研究の遂行により, 磁性効果・乱流効果・熱輸送効果を高精度に予測可能な直接数値計算手法 (DNS, Direct Numerical Simulation) の開発に成功するとともに, その精度の検証をした. 本開発コードでは, ベク

トル並列計算機上で, 演算実行速度: 21TFLOPS(実行効率: 20%)の高速演算が可能となっている.

本年度は, 開発コードを, 実際の核融合炉デザイン条件に適用し, 高精度 DNS データベースの拡充, 及びそのデータベースを用いて, 工学設計上不可欠な MHD 乱流熱伝達の乱流モデリングに着手する.

### 2. 当拠点公募型共同研究として実施した意義

- (1) 共同研究を実施した拠点名および役割分担  
京都大学(乱流モデリング)  
東北大学サイバーサイエンスセンター (大規模並列化, 高速化支援)
- (2) 共同研究分野  
超大規模数値計算系応用分野
- (3) 当公募型共同研究ならではの事項など

### 3. 研究成果の詳細と当初計画の達成状況

- (1) 研究成果の詳細について

#### 3.1 数値計算の概要

(1) 計算対象及び体系 本研究では, 高プラントル流体熱輸送を伴う MHD 乱流場の直接数値計算を対象とする. 解析対象は図 1 にブランケット冷却流路を簡略化した平行平板間流であり, 壁垂

直方向に磁場が印加されている. FLiBe 溶融塩を用いた核融合炉ブランケットのデザイン条件<sup>1)</sup>はバルクレイノルズ数:  $10^4$ - $10^5$ , ハルトマン数: 10-100, プラントル数: 25 程度となる.

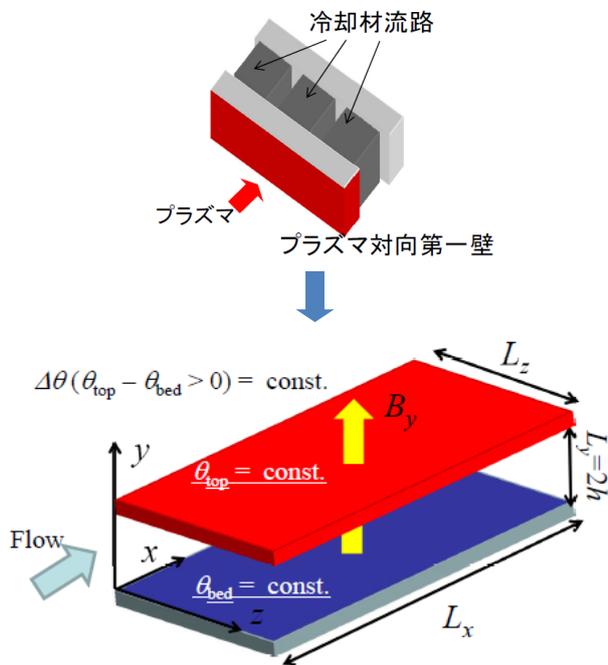


図 1 ブランケット冷却流路と計算体系

(2) 基礎方程式 支配方程式は, 磁場効果によるローレンツ力を加えた非圧縮性流体の運動方程式及び連続式, 磁場に関するポアソン方程式, そしてパッシブスカラーを仮定したエネルギー方程式である.

(3) 境界条件 境界条件は全物理量に対し, 主流及びスパン方向に周期境界条件とし, 壁面で no-slip 条件, 電位ポテンシャルは絶縁壁を仮定し勾配 0, 温度は一定とした. またスパン方向の平均電流は 0 とした.

### 3.2 大規模直接数値計算コードの性能評価(詳細は中間報告書を参照)

昨年度までに開発した擬スペクトル法コード<sup>[1]</sup>, 高次精度差分法(12次精度中心差分法)コードに対して, 東北大学 SX-9 の最大構成(16 ノード)環境を用いての性能評価を行った. その結果, 高次精度差分法において 7.7 Tflop/s, 実行効率は 30% であった. 一方, 擬スペクトル法においては,

6.5Tflop/s, 実行効率は 25%を達成した. また 1 ノードと 16 ノードの比較による強スケーリングによる並列効率は 87.7%であり, 十分な並列性能が得られることが確認できている.

### 3.3 DNS データベースの構築(詳細は中間報告書を参照)

本年度は, 昨年度までに開発した擬スペクトル法による DNS コードを使用し, 核融合炉先進ブランケットデザイン条件<sup>[2, 3]</sup>の上限であるレイノルズ数  $Re_\tau=2000$  に取り組んでいる(ただし, 計算機資源の制約により, プラントル数は 5 としている).

本レイノルズ数は, 非磁場下においても世界最大クラスのレイノルズ数であり, 磁場下の MHD 計算としては, 世界最大である. 当初の予定通り, DNS データベース構築に成功した. この MHD 熱伝達データベースは, HP ([http://www.me.yamanashi.ac.jp/lab/yamamoto/DNS\\_database.html](http://www.me.yamanashi.ac.jp/lab/yamamoto/DNS_database.html)) 上での公開を開始した.

### 3.4 DNS データベースを用いた乱流モデリングの検討

#### 3.4.1 MHD 乱流場におけるスケーリングパラメータの提案(詳細は中間報告書を参照)

RANS(Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation) モデルにおける支配パラメータへの適用を目的として, ハルトマン流における内層乱流諸量の相似パラメータとして, レイノルズ応力の勾配により定義される実効レイノルズ数の予測方法を提案した. この実効レイノルズ数が相似であれば, 速度分布, 乱流強度分布に加え, 乱流の空間スケールも相似となることを示した. ただしこの実効レイノルズ数は, DNS はもちろん, RANS 計算においても事前予測が困難であり, 収束過程において, 同時に判別する必要が生じ, 計算時の不安定化や収束悪化が懸念される. そこで本年度においては, ハルトマン流における乱流スケーリングパラメータである実効レイノルズ数を RANS モデルに適用することを目的として, その簡易予測方法の提案を併せて実行した.

### 3.4.2 DNS データベースを用いた MHD 乱流モデルの評価検討

これまでに筆者ら<sup>[4]</sup>は、速度場の乱流モデルに Myong & Kasagi model (MK)<sup>[5]</sup>, MHD 乱流モデルに Kenjeres and Hanjalic model (KH)<sup>[6]</sup> を使用した RANS コードを開発済みである。しかし MK モデルにおいては、乱流エネルギーの過減衰及び壁面近傍での散逸率( $\varepsilon$ )の分布形を定性的にも再現できない問題があることがわかっている(後述図 3 及び 4 参照)。そこで今年度、散逸率の予測精度が高い Nagano & Shimada model (NS)<sup>[7]</sup> をベースとした RANS コードの開発を行った。以下にこの基礎方程式をまとめる。

#### 1. Momentum equation.

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (v_t + \nu) \frac{\partial U}{\partial y} \right\} + \frac{u_\tau^2}{h} + \frac{\sigma B_y^2}{\rho} (U_b - U) \quad (6)$$

#### 2. Transport equations.

$$\begin{aligned} \frac{Dk}{Dt} = & v_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \frac{v_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} - \varepsilon \\ & - \frac{\sigma}{\rho} B_y^2 k \exp \left( -C_1^M \frac{\sigma_m}{\rho} B_y^2 \frac{k}{\varepsilon} \right) \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \varepsilon) \\ & - \frac{\sigma}{\rho} B_y^2 \varepsilon \exp \left( -C_1^M \frac{\sigma_m}{\rho} B_y^2 \frac{k}{\varepsilon} \right) \quad (8) \end{aligned}$$

#### ・ Turbulent eddy viscosity.

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

ここに、 $U_b$  はバルク平均速度、 $k$  は乱流エネルギー、 $\varepsilon$  は散逸率、 $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $C_\mu$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_\mu$ ,  $C_1^M$  はモデルパラメータである。式(6)の右辺第3項はMHDこうかによるローレンツ項、式(7)及び(8)の第4項はKHモデルにおけるMHDソース項である。また乱流モデルの詳細を以下にまとめる。

#### Myong and Kasagi (MK) model (1990)

$$\sigma_k = 1.3, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.4, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.8, \\ C_\mu = 0.09, \quad f_1 = 1.0,$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{70} \right) \right\}^2 \times \left( 1 + \frac{3.45}{\sqrt{R_t}} \right),$$

$$f_2 = \left[ 1 - \frac{2}{9} \exp \left\{ -\left( \frac{R_t}{6} \right)^2 \right\} \right] \times \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{5} \right) \right\}^2$$

#### Nagano and Shimada (NS) model (1993), (1998)

$$\sigma_k = \frac{1.2}{f_t}, \quad \sigma_\varepsilon = \frac{1.3}{f_t}, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.45, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9, \\ C_\mu = 0.09, \quad f_1 = 1.0,$$

$$f_\mu = (1 - f_{w2}) \left[ 1 + \frac{45}{3} \times \exp \left\{ -\left( R_t / 55 \right)^{0.5} \right\} \right],$$

$$f_2 = \left[ 1 + \exp \left( -2 \times 10^{-4} R^{13} \right) \times \left\{ 1 - \exp \left( -2.2 R^{0.5} \right) \right\} \right] \times (1 - f_{w1})$$

Additional terms:  $P_\varepsilon^3 + \Pi_\varepsilon$

また上記においては以下で定義されるモデルパラメータを使用している。

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon},$$

$$R = \frac{k}{\varepsilon} \left( \frac{u_\tau^2}{\nu + \nu_\tau} \right) \left( \frac{f_{w1}}{R_t^{1/2}} \right),$$

$$f_t = 1 + 3.5 \exp \left[ -\left( \frac{R_t}{100} \right)^{3/4} \right],$$

$$f_{w1} = \exp \left\{ -\left( \frac{y^+}{9} \right)^2 \right\}, \quad f_{w2} = \exp \left\{ -\left( \frac{y^+}{44} \right)^2 \right\},$$

$$P_\varepsilon^3 = f_{w2} \nu v_t \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial y} \right)^2 + 0.005 \nu \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial y},$$

$$\Pi_\varepsilon = 0.5 \nu \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (1 - f_{w1}) \frac{\varepsilon}{k} \frac{\partial k}{\partial y} f_{w1} \right\}.$$

MHD 乱流モデルの計算体系は図 2 に示す十分に発達したチャンネル乱流場であり，DNS の場合と同様である。

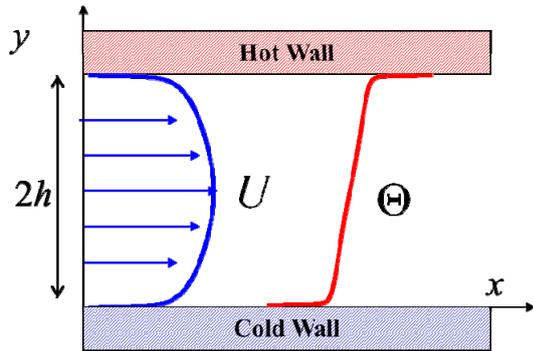


図 2 MHD 乱流モデルの計算体系

[1] 平均速度の予測精度

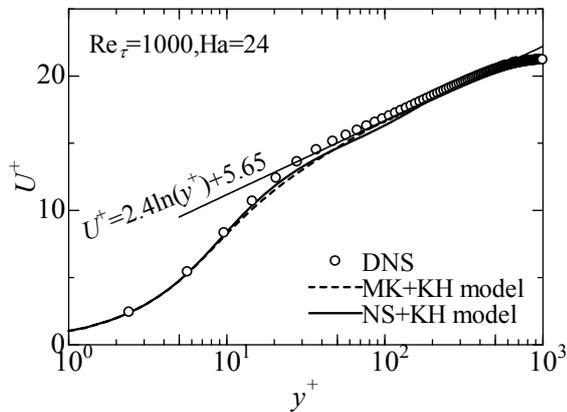


図 3 平均速度分布

図 3 に各 MHD 乱流モデル及び DNS データベースによる平均速度分布の比較を示す. MHD 乱流モデルにおいては，バッファ層付近( $10 < y^+ < 50$ )で速度分布の過小評価が見られるものの，磁場効果の速度平坦化を再現できていると言える。

[2] 乱流エネルギーの予測精度

図 4-1, 2 に乱流エネルギーの分布を示す. MHD 乱流モデルの結果は，DNS データを過小評価していることがわかる. ただし NS モデルは MK モデルとの比較においては，改善が確認できる。

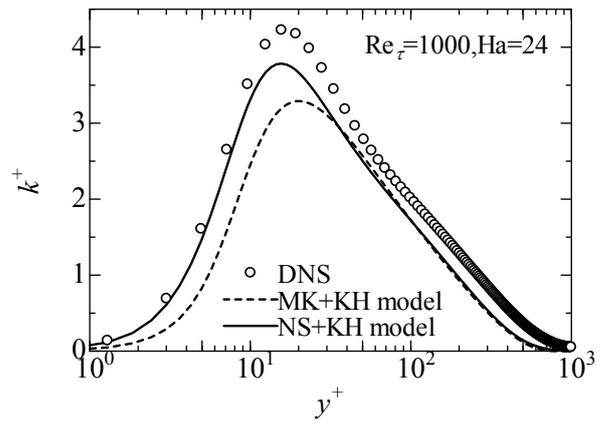


図 3-1 乱流エネルギー分布(壁面近傍)

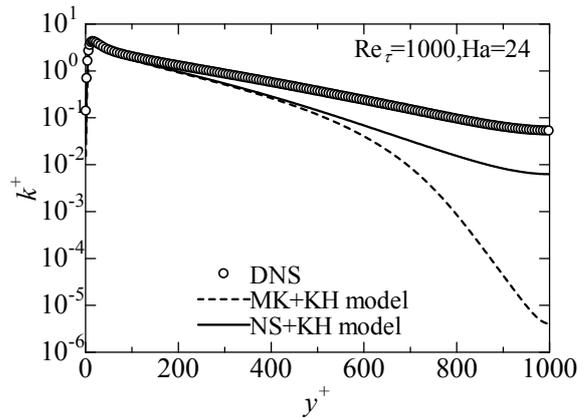


図 3-2 乱流エネルギー分布(チャンネル中央付近)

[3] 散逸率の予測精度

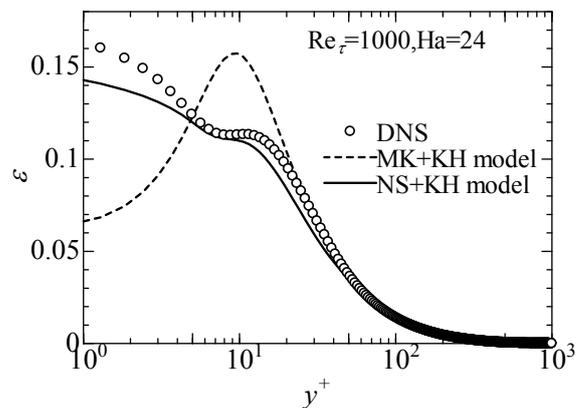


図 4 散逸率分布

図 4 に示す散逸率の予測精度については，MK モデルは DNS データベースの分布形を定性的にも再現できていないが，NS モデルにおいては，大幅な改善が確認できる。

[4] MHD 項の予測精度

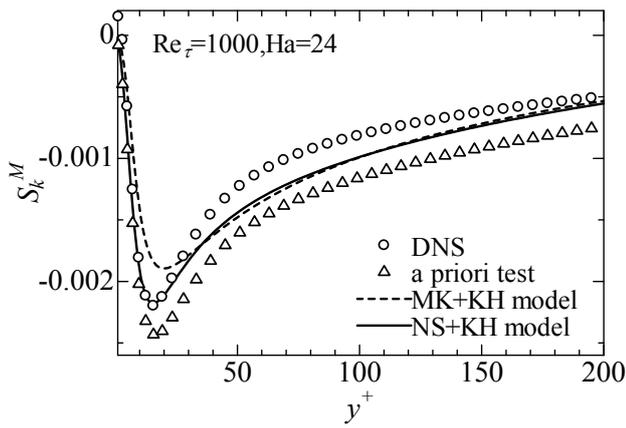


図 5 MHD 項の分布(壁面近傍)

図 5 に KH モデルによる MHD 項の比較を示す。KH モデルによる MHD 項は、以下の式(10)でモデリングされており、その予測精度は乱流エネルギーと散逸率に依存する。

$$-\frac{\sigma}{\rho} B_y^2 k \exp\left(-C_1^M \frac{\sigma_m}{\rho} B_y^2 \frac{k}{\varepsilon}\right) \quad (10)$$

実際モデル計算の結果を比較すると、乱流エネルギー及び散逸率の予測精度が向上している NS モデルでは、DNS データベースにより近い値を示すことが確認できる。

以上の結果より、MHD 乱流モデルにおいては、速度場に Nagano & Shimada モデル、MHD 項に Kenjersic & Hanjalic モデルを使用することが望ましいと言える。しかし NS モデル+KH モデルの結果においても、依然として乱流エネルギーの過小評価が存在しており、その改善が必要であることがわかる。そこでこの乱流エネルギーの過小評価の原因を調査した。

[5] 乱流エネルギー過小評価の原因

図 6 に乱流エネルギーの生成項の比較を示す。DNS データベースと比較すると、MHD 乱流モデルの計算はそのピーク付近で若干の過小評価が見られる。しかし NS モデル及び MK モデル間においてはほとんどその差はないことがわかる。

図 7 に乱流エネルギーにおける拡散項の比較を示す。NS モデルは DNS データベースとよく一致し

ているが、MK モデルは拡散を過小評価していることがわかる。従って、NS モデルによる乱流エネルギーの改善はこの拡散項の予測精度向上によるものと考えられる。

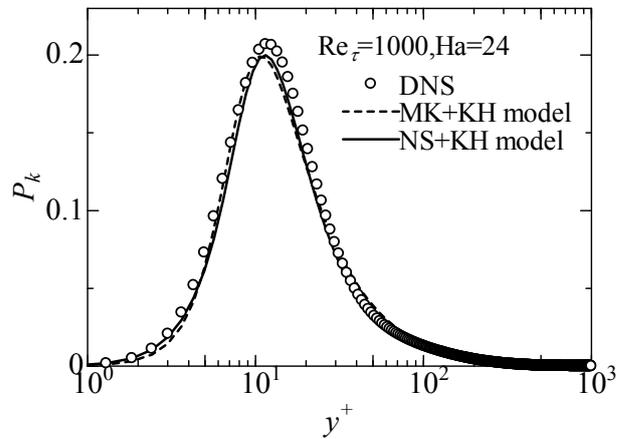


図 6 乱流生成項の比較

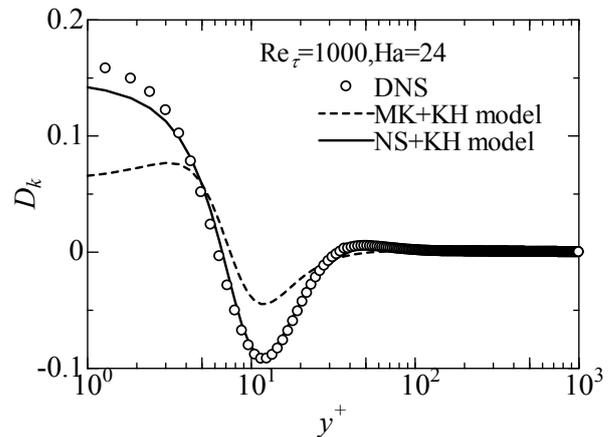


図 7 乱流エネルギー拡散項の比較

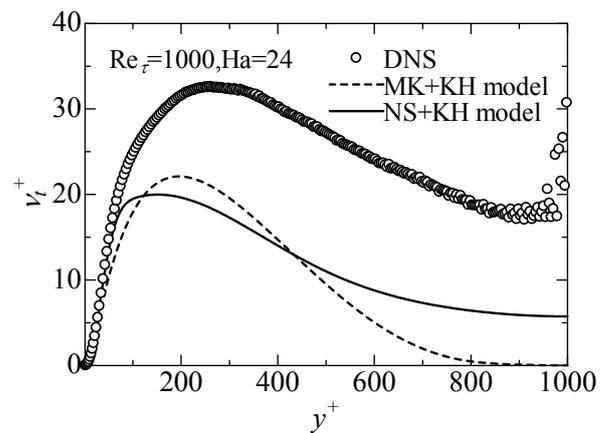


図 8 乱流渦拡散係数の比較

さらに図 8 に乱流渦拡散係数の比較を示す。MHD 乱流モデルにおいては、両モデルとも、DNS デー

データベースの値を過小評価していることがわかる。従って、乱流エネルギーの過小評価の改善においては、乱流渦拡散係数の修正が必要と考えられる。

[6] 乱流熱伝達予測

最後に MHD 乱流モデルによる熱伝達予測の評価を行う。温度場の乱流モデルに関しては、乱流プラントル数によるゼロ方程式モデルを用いた。この時、平均温度場は次式(11), (12)で記述される。

$$\alpha_t = \frac{v_t}{Pr_t} = \frac{-v\theta}{d\Theta/dy}, \tag{11}$$

$$0 = \frac{d}{dy} \left\{ \left( \frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{d\Theta}{dy} \right\}. \tag{12}$$

ここに、 $\alpha_t$  は温度場の乱流渦拡散係数、 $Pr_t$  は乱流プラントル数である。式(11)及び(12)から温度場を予測するには、MHD乱流モデルにより速度場の渦拡散係数( $v_t$ )を使用し、かつ乱流プラントル数を与える必要がある。そこでまずこの乱流プラントル数の予測値をDNSデータベースにより求めた。

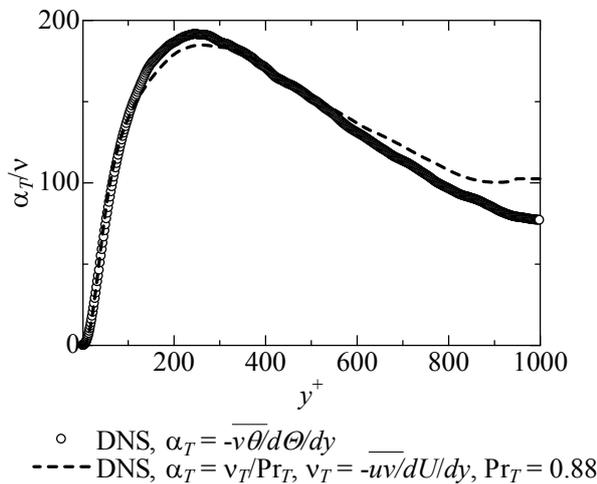


図9 乱流プラントル数の最適化(a priori test)

図9にDNSデータベースにより得られた温度場渦拡散係数と、乱流プラントル数及び速度場の渦拡散係数により求めた温度場渦拡散係数を示す。図9に示す通り、乱流プラントル数を0.88程度で与えると両者はよく一致することがわかる。

しかし実際のモデル計算においては、DNSデータベースを用いた速度場の渦拡散係数を与えることはできないため、NSモデルを使用した場合の乱流プラントル数の検討も実施した。

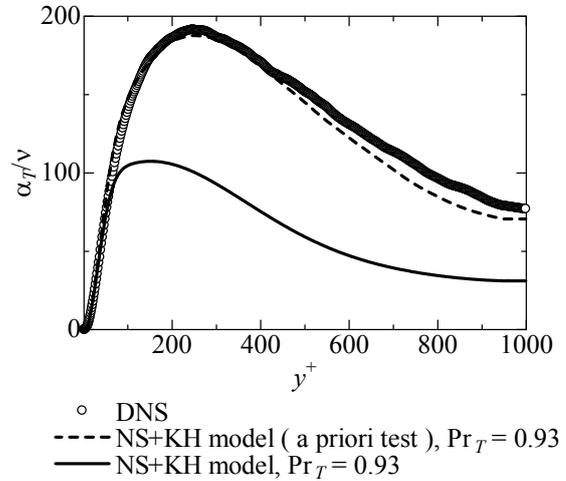


図 10 乱流プラントル数の最適化 (NS モデル)

図 10 に速度場渦拡散係数に NS モデルを用いた場合の温度場渦拡散係数を示す。A priori test により予測される乱流プラントル数の最適値は 0.93 となった。しかし NS モデルにより得られた実際の渦拡散係数(図 8 の値)及び乱流プラントル数 0.93 を使用して、温度場拡散係数を評価すると過小評価することがわかる(実線)。これは図 8 に示すように、速度場の渦拡散係数自体が過小評価されていることに起因する。

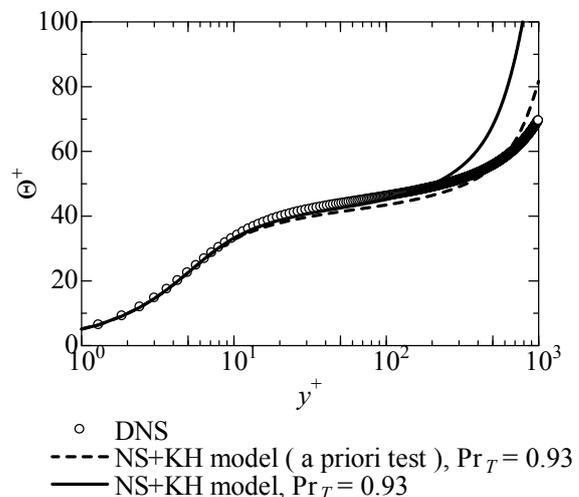


図 11 乱流プラントル数による温度場の予測

実際に乱流プラントル数 0.93 を用いて予測した平均温度分布の比較を図 11 に示す。NS モデルの予測値は、温度場拡散係数の過小評価によりチャンネル中央付近での層流化が著しく、温度場の定量的予測が困難であることがわかる。

しかし速度場の渦拡散係数を最適化できた場合(破線)、乱流プラントル数 0.93 の値で、比較的良好に DNS データベースの値を再現できることがわかる。従って温度場の予測に乱流プラントル数一定のモデルを使用すること自体に問題はないと言える。しかしそれには、正確な速度場の渦拡散係数予測が不可欠であると結論付けられる。

#### 参考文献

- [1] Y. Yamamoto, T. Kunugi, Discussion on heat transfer correlation in turbulent channel flow imposed wall-normal magnetic Field, Fusion Engineering and Design. 86 (2011) 2886.
- [2] A. Sagara, O. Motojima, K. Watanabe, S. Imagawa, H. Yamanishi, O. Mitarai, T. Sato, H. Chikaraishi, FFHR Group, Blanket and diverter design for force free helical reactor (FFHR), Fusion Eng. Des. 29 (1995) 51.
- [3] J. Takeuchi, S. Satake, N. Morly, T. Kunugi, T. Yokomine, M.A. Abdou, Experimental study of MHD effects on turbulent flow of Flibe stimulant fluid in circular pipe, Fusion Eng. Des. 83 (2008) 1082.
- [4] Y. Yamamoto, T. Kunugi, S. Smolentsev, DNS and  $k-\varepsilon$  model simulations of MHD turbulent channel flows with heat transfer, Fusion Eng. Des. 83 (2008) 1309.
- [5] H. Myong, N. Kasagi, A new approach to in the improvement of  $k-\varepsilon$  turbulence model for wall-bounded shear flow, JSME, Int. Fluid Eng. 109 (1990) 156.
- [6] S. Kenjeres, K. Hanjalic, On the implementation of effects of Lorentz force in turbulence closure models, Int. J. Heat Fluid Flow 21 (2000) 329.
- [7] Y. Nagano, M.S. Youssef, M. Shimada, Assessment of  $\varepsilon$ -Equations for Wall Shear Flows With DNS Database (1<sup>st</sup> Report, The Case of  $k-\varepsilon$  Two-Equation Modeling, Trans. JSME series B. 59 (1993-6) 198. (In Japanese)

#### (2) 当初計画の達成状況について

本年度は、以下の実施課題を遂行した。

- (1) DNS コードの性能評価とそれを使用した世界最高レイノルズ数・ハルトマン数条件下での DNS データベースの構築
- (2) 上記 DNS データベース及び本年度構築したデータベースを用いての、MHD 統計乱流解析
- (3) MHD 乱流統計解析に基づく、熱伝達相関式、MHD 乱流モデリングに関する検討  
(上記は中間報告書のその詳細をまとめている。)
- (4) DNS データベースを用いた MHD 乱流モデルの評価検討
- (5) MHD 乱流モデルによる熱伝達予測精度の評価検討

いずれも当初の予定通りその全てを遂行することができた。これは高速かつ大規模化に対応した DNS コードの使用と東北大学計算機センターの協力を得て、DNS データベース構築を早期に達成することができたことによるものである。

#### 4. 今後の展望

今年度実施した DNS データベースを用いた MHD 乱流モデルの評価により、MHD 乱流モデルとしては、速度場に Nagano & Shimada モデル、MHD 項に Kenjeres & Hanjalic モデルが最適であることが分かった。しかし本モデルを使用しても依然として乱流エネルギーの過小評価が存在し、その改善においては、拡散項及び渦拡散係数の修正が必要であることが判明した。また温度場の予測に関しては、渦拡散係数の正確な予測が可能な場合、乱流プラントル数 0.93 程度の一定値を用いて、定量的な予測が可能であることが分かっている。

従って、今後は乱流エネルギーの輸送方程式における拡散項及び渦拡散係数の修正に取り組み、MHD 乱流モデルの開発完了を目指したい。

さらに開発 MHD 乱流モデルを使用して、実際の核融合炉ブランケット熱伝達予測への適用を行うことを計画している。

## 5. 研究成果リスト

### (1) 学術論文（投稿中のものは「投稿中」と明記）

1. 猿渡祥悟, 山本義暢, 高レイノルズ数チャンネル乱流場の内層における乱流熱流束の高プラントル数効果に関する考察, 日本機械学会論文集 B 編, 79 巻, 808 号(2013).
2. 山本義暢, 高レイノルズ数大規模構造解析を対象とした壁水平方向高次精度差分法による直接数値シミュレーションの検討, 日本機械学会論文集 B 編, 79 巻, 807 号(2013), pp. 2409-2423.
3. 猿渡祥悟, 山本義暢, 高レイノルズ数チャンネル乱流場における高プラントル数乱流熱輸送に関する四象限・結合確率密度関数解析日本機械学会論文集 B 編, 79 巻, 803 号(2013), pp. 1281-1296.
4. 猿渡祥悟, 山本義暢: 高レイノルズ数チャンネル乱流場の内層温度分布におけるプラントル数効果, 日本機械学会論文集 (掲載決定)

### (2) 国際会議プロシーディングス

1. N.Osawa, Y.Yamamoto, and T.Kunugi, Investigation of MHD RANS modeling based on DNS database under the advanced blanket design conditions utilized molten salt, Proceedings of the 22th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE22), July 7-11, 2014, Prague, Czech Republic (全文査読付・掲載決定).

### (3) 国際会議発表

### (4) 国内会議発表

1. 渡邊亮太, 猿渡祥悟, 山本義暢, DNS データベースを用いた LES による高レイノルズ数大規模構造の精度検証, 日本機械学会関東支部山梨講演会 2013, No.130-3, pp.60-61.
2. 猿渡祥悟, 山本義暢, 高レイノルズ数乱流熱輸送におけるプラントル数効果に関する 4 象限解析, 日本機械学会関東支部山梨講演会 2013, No.130-3, pp.50-51.
3. 山本義暢, 大沢直樹, MHD チャンネル乱流場における実効レイノルズ数の予測, 日本機械学会関東支部山梨講演会 2013, No.130-3, pp.44-45.

4. 猿渡祥悟, 山本義暢, 高レイノルズ数乱流熱輸送におけるプラント効果に関する結合確率密度関数解析, 日本流体力学学会年会 2013, 43.pdf.
5. 猿渡祥悟, 山本義暢, 高レイノルズ数チャンネル乱流場における高プラントル数乱流熱伝達の組織乱流構造解析, 可視化情報学会 2013, F114.

### (5) その他（特許, プレス発表, 著書等）